

# *S MDF*

Svensk Förening för MatematikDidaktisk Forskning

---

## *MEDLEMSBLAD*

Nr 15

Oktober 2008

---

### INNEHÅLL

Medlemsblad nr 15 ( <i>Tine Wedege</i> )	1
Några rader från ... ( <i>Christer Bergsten</i> )	2
Nya doktorsavhandlingar:	
Teaching systems of linear equations ... ( <i>Johan Häggström</i> )	5
Algoritmiska, intuitiva och formella aspekter ... ( <i>Kerstin Pettersson</i> )	8
På tal om matematik ... ( <i>Eva Riesbeck</i> )	10
Mål utan grunder: Om brister i kursplaneutveckling ... ( <i>IKUM</i> )	13
Om IKUMs bilaga till gymnasieutredningen ( <i>Gerd Brandell</i> )	36
Norma 08: Reflektioner ... ( <i>Cecilia Kilhamn</i> )	38
Madif 6: Perspectives ... ( <i>Thomas Lingefjärd</i> )	43
E-postadresser	45

## *Medlemsblad nr 15*

Samtidig med et stort tillykke med graden bringer vi i dette nummer sammenfatninger fra Johan Häggström, Kerstin Pettersson og Eva Riesbeck af deres doktorafhandlinger. Som bladets redaktør opfordrede jeg de tre nybagte doktorer til at indsende en kort beskrivelse af deres matematikdidaktiske afhandlinger, og jeg håber at doktorer også i fremtiden vil sende et par sider med en kort præsentation til bladet sammen med oplysninger om vejleder og opponenter.

Notatet ”Mål utan grunder: Om brister i kursplaneutveckling” indeholder en kritisk og konstruktiv kommentar til kursusplansarbejdet fra IKUM (Idégruppen för kursplaneutveckling i matematik). I sit indlæg ”Om IKUMs bilaga till gymnasieutredningen” opfordrer Gerd Brandell SMDFs medlemmer til at deltage i debatten. Den opfordring skal jeg hermed give videre med en opfordring til at indsende indlæg til medlemsbladet.

I april blev den femte nordiske konference om matematikdidaktisk forskning holdt i København. *Fifth Nordic Conference on Mathematics Conference* kaldes også NORMA08, hvor otte-tallet henviser til året for afholdelse af konferencen. Den lokale organisationskomité bestod forskere fra Danmarks Pædagogiske Universitetsskole med formanden for det danske Forum for Matematikkens Didaktik, Lisser Rye Ejersbo, i spidsen. Programkomitéen var sammensat af forskere fra de nordiske og baltiske lande med Carl Winsløw fra Københavns Universitet i spidsen. Cecilia Kilhamn har et indlæg i bladet med refleksioner efter at have været med på NORMA som førstegangsdelegeret.

Traditionen tro afholdt SMDF sit matematikdidaktiske forskerseminar i tilslutning til Matematikbiennalen i januar, denne gang i Stockholm. Katarina Kjellström, Lärarhögskolan i Stockholm, stod for den praktiske planlægning, mens Barbro Grevholm var formand for programkomitéen. Sidst i bladet præsenterer Thomas Lingefjärd sit personlige udvalg af højdepunkter fra seminaret.

*/ Tine Wedege*

## *Några rader från ...*

Det har varit och är ett händelserikt år inom det matematikdidaktiska området. I ett nordiskt perspektiv har både MADIF6 och NORMA08 genomförts och flera doktorsavhandlingar har presenterats (se rapporter i detta nummer av medlemsbladet). Licentiandforskaraskolor inom Lärarlyftet har inneburit ett kraftigt tillskott av antalet forskarstuderande i Sverige i fältet med minst tolv licentiander, de flesta inom FontD:s forskarskola vid Linköpings universitet ofta placerade vid olika partnerhögskolor. Det är ju inget nytt med erfarna lärare inom detta forskningsområde men att så många samtidigt med gedigen erfarenhet som lärare i skolan påbörjar en forskarutbildning parallellt med den fortsatta lärarverksamheten (80-20) ser jag som en stark potential för den fortsatta utvecklingen av svensk matematikdidaktisk forskning.

I ett internationellt perspektiv har 2008 också varit ett viktigt år i ICMI:s historia, International Commission on Mathematical Instruction. Som jag nämnde i förra numret av medlemsbladet bildades ICMI år 1908 i Rom och 100-årsjubileet uppmärksammades med ett symposium på samma plats där det hela började, i *Accademia dei Lincèi*, beläget i ett palats intill Tibern i centrala Rom. På symposiets hemsida <http://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/> går det nu att beställa den dokumentation som producerats (en innehållsbeskrivning finns tillgänglig på hemsidan) och även i övrigt, för dem som inte var med, få en bild av vad som skedde vid detta historiska tillfälle (papers finns nedladdningsbara, och fotografier inlagda). De inslag jag upplevde som starkast var den grundliga kartläggning av ICMI:s tidiga historia som Gert Schubring genomfört och presenterade och den kraftfulla panel med Morten Blomhøj och Mamokgethi Setati, med Hyman Bass som moderator, om ICMI:s utmaningar och framtid. Utflykten var också historisk i dubbel bemärkelse då den gick till samma plats som vid första mötet 1908, dvs den närbelägna staden Tivoli med de imponerande resterna av kejsar Hadrianus sommarresidens.

Många av SMDF:s medlemmar var medverkande eller deltagare på ICMI:s elfte världskongress, ICME11, som ägde rum i Monterrey i Mexico i juli. Följande lista över länder med minst 20 deltagare visar att Sverige hamnar på nionde plats (källa: det elektroniska nyhetsbrevet ICMI New, September 2008, text av ICMI:s sekreterare Jaime Carvalho e Silva; se <http://www.mathunion.org/pipermail/icmi-news/2008-September.txt> ).

United States: 412	Spain: 45
Mexico: 164	Germany: 44
China: 154	Italy: 41
Brazil: 126	South Korea: 39
United Kingdom: 92	South Africa: 36
Australia: 75	Denmark: 35
Japan: 73	Argentina: 31
Canada: 68	New Zealand: 27
Sweden: 64	Singapore: 27
France: 53	Israel: 22
Portugal: 51	Norway: 20

Av de svenska deltagarna var många verksamma lärare i skolan. Bland dessa fanns de stipendiater som fått medel från SKM, tio stipendier om vardera 20000 kr. Intresset för dessa stipendier var glädjande stort med ca 150 sökande och de reserapporter som stipendiaterna lämnat visar hur mycket ny värdefull erfarenhet, kontakter och inspiration ett aktivt deltagande i en sådan internationell konferens kan ge för verksamma lärare. Stipendiaterna gör nu genom att sprida sina erfarenheter i sina nätverk ett viktigt arbete när det gäller kontakten mellan forskning och praktik inom vårt område.

Av de många uppmärksammade insatser som SMDF-medlemmar genomförde vid ICME11 vill jag här nämna Eva Jablonkas och Peter Nyströms ”regular lectures”. Sådana här stora arrangemang har många kritiker men intrycket man fick var att kongressen upplevdes som både innehållsmässigt och organisatoriskt lyckad (se även ovan nämnda nummer av ICMI News). Miljonstaden Monterrey och dess invånare gav ett mycket vänligt intryck och att den förväntade julihettan uteblev och ersattes av gråmulen och våt för oss nordbor mer normal värme ska vi kanske vara tacksamma för.

I samband med ICME11 hade också ICMI sin *General Assembly* som också var historisk genom att det var första gången som valet av dess nya *Executive Committee* (för perioden 2010-2012) genomfördes av den egna organisationen och inte ”utifrån” av IMU (*International Mathematical Union*). Valprocessen finns beskriven i Bernard Hodgsons rapport om ICMI:s verksamhet 2004-2008 i ICMI Bulletin no. 62 (se <http://www.mathunion.org/ICMI/> ). Ny president efter Michéle Artigue kommer från 2010 att bli Bill Barton från Nya Zeeland. Under året har jag övertagit uppgiften från Clas Löfwall som svensk representant för ICMI.

För att vara uppdaterad om verksamheten inom ICMI rekommenderar jag att lista sig för att få e-postutskicken av det elektroniska nyhetsbrevet, vilket enkelt görs på hemsidan <http://www.mathunion.org/ICMI/Mailinglist/> . Förutom nya s k *ICMI Studies* pågår för närvarande (under Bill Bartons ledning) ett internationellt samarbetsprojekt för att producera en modern ”version” av det klassiska arbetet av Felix Klein (eng. övers. *Elementary mathematics from an advanced standpoint*).

Den nordiska forskarskolan NoGSME är inne på sitt femte och sista finansierade år med bland annat ett handledarserminarium den 8-11 oktober i Köpenhamn om erfarenheterna och framtiden för det nordiska samarbetet. NoGSME:s speciella internationella kontaktpersoner är inbjudna; medverkan av nuvarande presidenten för ICMI, Michèle Artigue, och två tidigare presidenter, Jeremy Kilpatrick och Hyman Bass, samt Willi Dörfler, tidigare bl.a. huvudredaktör för *Educational Studies in Mathematics*, borgar för en intressant diskussion av den nordiska verksamheten satt i ett internationellt perspektiv. Senare under hösten genomförs också 2008 års ’sommarskola’, som alltså blivit en ’vinterskola’, i Sigtuna. Tillsammans med de tre gruppledarna Morten Blomhøj, Cyril Julie och Joao Pedro da Ponte och styrelsen för NoGSME deltar 29 doktorander i matematikdidaktik från de nordiska och baltiska länderna. Efter att ekonomin summerats vid årets slut blir det kanske möjligt att genomföra ytterligare en sommarskola. De kurser som delfinansierats och ibland initierats av NoGSME har tillsammans med handledarseminarierna betytt mycket för forskar-utbildningen i Norden och kontakter doktorander och handledare emellan, liksom de workshops som arrangerats. Vid NORMA08 i april bildades en nordisk paraplyorganisation, NoRME, som under Frode Rønnings ledning ska arbeta för att följa upp och konsolidera verksamheter som NoGSME initierat.

I medlemsblad nr 14 efterlyste jag idéer och förslag från SMDFs medlemmar om aktiviteter och verksamheter i SMDFs regi som känns angelägna. Jag upprepar här denna uppmaning då medlemmars engagemang är en vital ingrediens för att utveckla en kraftfull förening. Den debatt om skolan och inte minst matematikutbildning som pågår i landet vittnar om att föreningens verksamhetsområde är viktigt och att därmed vårt arbete inom föreningen kan påverka utvecklingen om vi vill.

*/.... Christer Bergsten, ordförande i SMDF*

Doktorsavhandling:

**Johan Häggström (2008)**

***Teaching systems of linear equations in Sweden and China: What is made possible to learn?***

Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Avhandlingen bygger på en detaljerad analys av hur matematikinnehållet hantearas och görs tillgängligt för elever i undervisningen. En av utgångspunkterna för studien har varit att *vad* som är möjligt för elever att lära om matematik i skolan hänger ihop med *hur* de erfar matematikinnehållet, vilket i sin tur hänger ihop med *hur* matematiken behandlas i undervisningen. Hur själva matematiken ska behandlas i undervisningen måste varje lärare ta ställning till inför varje lektion – vilka exempel ska tas upp och på vilket sätt, vilka aspekter av innehållet är viktiga att betona och på vilket sätt, vilka uppgifter ska eleverna arbeta med etc. Det är skillnader beträffande just dessa faktorer som varit i fokus i denna studie.

Många länder i Asien, t ex Singapore, Japan och Kina, placerar sig ständigt främst i matematik vid internationella jämförande studier som TIMSS och PISA. Det har lett till ett stort intresse för undervisningen i dessa länder. Inte minst amerikanska forskare (se t ex Stevenson & Stigler, 1992; Ma, 1999; Stigler & Hiebert, 1999) har på olika sätt försökt hitta förklaringar till skillnaderna i resultat. I TIMSS och PISA samlar man in en mängd bakgrundsdata i avsikt att finna tänkbara förklaringar till skillnaderna i elevprestationer. Det visar sig emellertid vara svårt att hitta förklaringar av generell natur. Dessutom är dessa bakgrundsfaktorer, t ex klasstorlek, föräldrarnas utbildningsnivå och antal lektioner per vecka, svåra för lärare att påverka. I den här studien har fokus istället varit skillnader i undervisningen så som den tar sig ut inne i klassrummen.

Ett syfte var att beskriva skillnader i, på en detaljerad nivå, hur *samma* matematikinnehåll behandlas i olika klassrum. Ett annat syfte var att pröva i vilken utsträckning variationsteorin kan utgöra basen för en jämförelse av det här slaget.

Sexton lektioner från sex högstadielklasser i Sverige och Kina har analyserats och jämförts. Lektionerna ingår i ett stort datamaterial av videoinspelade lektioner från ett pågående internationellt forskningsprojekt – *the Learner's Perspective Study* (LPS, 2003). Samtliga undervisande lärare i studien är erfarna och lokalt ansedda som duktiga lärare. Lektionerna kan betraktas som exempel på god undervisning från respektive land. I alla analyserade lektioner behandlas samma matematikinnehåll – *linjära ekvationssystem, dessas lösningar, samt substitutionsmetoden*.

Analysen är baserad på variationsteorin (Marton & Booth, 1997; Runesson, 1999; Marton & Morris, 2002) och gjord med syftet att beskriva skillnader i vad som varit möjligt för eleverna att uppfatta av matematikinnehållet. Två centrala begrepp i analysen har varit *lärandeobjekt* och *dimension av variation*. Lärandeobjektet betecknar undervisningens vad-aspekt, det som lärare avser att eleverna ska lära sig. Lärandeobjektet är i det här fallet en förmåga att förstå eller uppfatta det matematiska innehållet på ett särskilt sätt. I grunden finns det fenomenografiska begreppet *uppfattning*, som betecknar kvalitativt skilda sätt att förstå samma fenomen. Olika uppfattningar skiljer sig åt genom vilka kritiska aspekter som urskiljs och erfars samtidigt. I variationsteorin ses lärande som erfandet av nya aspekter, sådana som ej urskiljts tidigare. En förutsättning för att en viss aspekt av lärandeobjektet ska kunna urskiljas är erfandet av variation avseende just den aspekten. Aspekter av lärandeobjektet som tas för givna och hålls konstanta i undervisningen kommer med mindre sannolikhet att kunna urskiljas av eleverna. Aspekter som varieras, antingen genom att läraren, en elev eller sekvensen av uppgifter och exempel tillhandahåller ett möjligt alternativ eller som varieras mot bakgrund av andra aspekter som hålls konstanta, blir möjliga för eleverna att erfara. En *dimension av variation* kan på det här sättet öppnas i ett klassrum men vara stängd i ett annat. Analysen och jämförelsen av undervisningen har gjorts genom mycket detaljerade beskrivningar av de tre lärandeobjekten med hjälp av begreppet dimension av variation.

Resultatet av analysen visade tydliga skillnader i hur innehållet hanterades och vad som har gjorts möjligt för eleverna att lära. Skillnader i drygt tjugo olika aspekter av lärandeobjekten, med avseende på det matematiska innehållet, framträdde i analysen. Flera av dessa är sannolikt så självklara för många lärare att de riskerar att tas för givna i undervisningen. Ett exempel är dimensionen av variation som betecknats ”an unknown represents the same number in both equations”. Att en bokstav, t ex  $x$ , representerar samma tal i båda ekvationerna togs för givet i två av klassrummen – denna dimension av variation öppnades således ej i undervisningen. I de övriga klassrummen erbjöd läraren alternativ genom att

på olika sätt peka på möjligheten av att  $x$  i de båda ekvationerna kan vara *lika* eller *olika* – dimensionen av variation öppnades. En detaljerad analys baserad på variationsteorin visade sig fungera väl för att detektera och beskriva skillnader i hur innehållet behandlades och vad som gjordes möjligt för eleverna att lära i de olika klasserna.

I de kinesiska klassrummen förekom flera exempel på väl strukturerade och genomtänkta sätt att behandla innehållet. Genom att skapa kontraster och variation på ett systematiskt sätt gav dessa lärare sina elever möjlighet att urskilja och erfara viktiga aspekter av matematikinnehållet. Det är många gånger svårt att försöka använda metoder från en annan skolkultur i sin egen undervisning då dessa kan vara så kulturellt laddade att de upplevs som alltför främmande. När det gäller idén om systematisk och genomtänkt variation av innehållet, för att lyfta fram viktiga aspekter, så kan den tillämpas oavsett klassens storlek och hur undervisningen är organiserad. På den här punkten kan svensk matematikundervisning lära av vad som verkar vara ett kinesiskt sätt att undervisa.

## Referenser

- LPS. (2003). *The Learner's Perspective Study*. Retrieved October 29, 2003, from <http://extranet.edfac.unimelb.edu.au/DSME/lps/index.shtml>
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Marton, F., & Booth, S. (1997). *Learning and awareness*. Mahwah, N.J.: Erlbaum.
- Marton, F., & Morris, P. (2002). *What matters? Discovering critical conditions of classroom learning*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Runesson, U. (1999). *Variationens pedagogik: skilda sätt att behandla ett matematiskt innehåll*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Stevenson, H. W., & Stigler, J. W. (1992). *The learning gap: why our schools are failing and what we can learn from Japanese and Chinese education*. New York: Summit Books.
- Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap : best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.

**Försvar:** 16 maj 2008, Pedagogen, Göteborgs universitet

**Opponent:** David Clarke, University of Melbourne

**Handledare:** Ference Marton, Göteborgs universitet

**Bitr. handledare:** Jonas Emanuelsson, Göteborgs universitet

Avhandlingen kommer att finnas i fulltext (pdf) inom kort via följande adress, <http://www.ub.gu.se/sok/dissdatabas/detaljvy.xml?id=7454>



Doktorsavhandling:

**Kerstin Pettersson (2008)**

***Algoritmiska, intuitiva och formella aspekter av  
matematiken i dynamiskt samspel***

*En studie av hur studenter nyttjar sina begreppsuppfattningar  
inom matematisk analys*

Göteborgs universitet

Avhandlingens syfte är att studera hur studenter använder sina begreppsuppfattningar. Med avstamp i tidigare forskning om studenters begreppsuppfattningar där kategoriseringar av missuppfattningar varit ett vanligt inslag lyfter avhandlingen fram den potential som finns i studenters sätt att tolka den matematik de möter. Studenters förståelse av tröskelbegrepp (Meyer & Land, 2003) inom matematisk analys studeras i två fallstudier. I en intervjustudie studeras hur studenter från ingenjörsutbildning tolkar begreppen gränsvärde och integral. I en problemlösningssstudie arbetar studenter från ett matematikprogram med en utmanande uppgift som innefattar begreppen funktion och derivata samt även inkluderar ett induktionsbevis. Med utgångspunkt från ett konstruktivistiskt perspektiv och en teori om kontextualisering (Halldén, 1999) har data analyserats med hjälp av intentionell analys (Halldén, Haglund & Strömdahl, 2007; Wistedt & Brattström, 2005).

Resultaten visar att studenterna från matematikprogrammet utnyttjar en formell kontext där intuitiva idéer (Fischbein, 1987) utgör viktiga inslag och där de också förmår utnyttja en växelverkan mellan intuitiva idéer och formella resonemang. Denna växelverkan har ett flertal funktioner: att kontrollera intuitiva uppfattningar, att skaffa nya utgångspunkter för problemlösningssprocessen, att ekonomisera resonemang och att driva arbetet vidare. Studenterna från ingenjörsutbildningen tolkar däremot det matematiska materialet i en algoritmisk kontext där procedurella kunskaper dominerar och beräkningsprocedurer utgör definierande egenskaper och en bas för förståelse av begreppen. Provoce-  
rande intervjufrågor öppnar emellertid för andra kontextualiseringar där begreppens egenskaper är mer framträdande. Dessa transformativa kontextskiften möj-

liggör en utveckling av begreppsuppfattningarna och hjälper studenterna att närma sig matematikens tankesätt och handlingsnormer.

Avhandlingen är en sammanläggningsavhandling och inkluderar följande artiklar:

1. Pettersson, K., & Scheja, M. (2008). Algorithmic contexts and learning potentiality: A case study of students' understanding of calculus. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 39(6), 767-784.
2. Scheja, M., & Pettersson, K. (2007). Transformation and contextualisation: exploring students' conceptual understandings of threshold concepts in calculus. *Manuscript submitted for publication*.
3. Pettersson, K. (2008). Växlerkan mellan intuitiva idéer och formella resonemang - En fallstudie av universitetsstudenters arbete med en analysuppgift. *Nordisk Matematikdidaktik (NOMAD)* 13(1), 29-50.

## Referenser

- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: An educational approach*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Halldén, O. (1999). Conceptual change and contextualisation. In W. Schnotz, S. Vosniadou & M. Carretero (Eds.), *New perspectives on conceptual change* (pp. 53-65). Amsterdam: Pergamon Elsevier.
- Halldén, O., Haglund, L., & Strömdahl, H. (2007). Conceptions and contexts: On the interpretation of interview and observational data. *Educational Psychologist*, 42(1), 25-40.
- Meyer, J. H. F., & Land, R. (2003). Threshold concepts and troublesome knowledge: Linkages to ways of thinking and practising within the disciplines. In C. Rust (Ed.), *Improving student learning: Improving student learning theory and practice - Ten years on*. Oxford: Oxford Centre for Staff and Learning Development.
- Wistedt, I., & Brattström, G. (2005). Understanding mathematical induction in a cooperative setting: Merits and limitations of classroom communication among peers. In A. Chronaki & I. M. Christiansen (Eds.), *Challenging perspectives on mathematics classroom communication* (pp. 173-203). Greenwich, CT: Information Age Publisher.

**Försvar:** 8 februari 2008, Institutionen Matematiska vetenskaper, Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet.

**Opponent:** Professor Johan Lithner, Umeå Universitet

**Huvudhandledare:** Professor Mats Andersson

**Biträdande handledare:** Professor Inger Wistedt

Avhandlingen finns tillgänglig via

<http://www.math.chalmers.se/Math/Research/Preprints/Doctoral/2008/1.pdf>

Doktorsavhandling:

**Eva Riesbeck (2008)**

***På tal om matematik:***

***matematiken, vardagen och den matematikdidaktiska diskursen***

Linköping University, Department of Behavioural Sciences and Learning

Min avhandling har fokus på matematik, kunskap och språk och genom att se matematiken ur ett diskursperspektiv kan vi öppna upp för just nedanstående citat.

Learning mathematics or learning to think mathematically is learning to speak mathematically (Lerman, 2002, s. 107).

Citatet återspeglar en viktig ståndpunkt i denna avhandling. I samtalen utvecklas vårt tänkande och lärande och det är i samtalen som vi kan klargöra de övergångar som är nödvändiga för att gå från konkret till abstrakt verksamhet (Vygotsky, 1986). Att tänka matematiskt är för mig att vara ”förtrogen” med matematiska idéer, så att man kan argumentera för ett sakförhållande eller en omständighet i utforskandet av ett problem. En sådan förtrogenhet kräver färdighet men kan inte ersättas av denna. Det krävs dessutom ett visst mått av påståendekunskap, som är språkligt formulerad, där man kan anföra argument.

Syftet med denna avhandling är att beskriva och analysera hur diskurs som teoretiskt-didaktiskt begrepp kan bidra till att utveckla kunskap i och om matematik i skolan. Avhandlingen skrivs utifrån ett sociokulturellt perspektiv där aktivt deltagande med hjälp av artefakter och mediering är viktiga bidrag till lärandet i matematik (Vygotsky, 1978, 1986). Databasinsamlingen består av video- och ljudbandsinspelningar av lärares och elevers samtal i matematikklassrum då de arbetar med att lära sig begreppet triangelns area och problemlösningssuppgifter och lärarstudenters samtal när de planerar en undervisningssituation i matematik. Diskursanalys har använts som ett redskap för att upptäcka hur elever lär och inte lär och utvecklar sin matematik ur ett språkligt perspektiv (Fairclough, 1992, 1995; Gee, 2005).

Resultaten visar att i mina studier befinner sig samtalet ofta antingen i en matematisk eller en vardaglig diskurs. Elever och lärare är ofta inte medvetna om hur

de växlar mellan vardagligt och matematiskt språk och på så sätt blir inte kunskapen synlig. I avhandlingen understryks att ett specifikt och precist samtal i matematik underlättar ömsesidig förståelse för matematiska begrepp, symboler och ord och kan bidra till att lärare och elever blir delaktiga i lärandet. I de empiriska studierna syns vid några få tillfällen denna ömsesidiga överenskommelse. Men för det mesta ger inte samtalen i och om matematik det lärande som man skulle önska. Av den anledningen skriver jag fram begreppet diskurs som ett sätt att utveckla och fördjupa samtalet och lärandet i matematik (Duval, 2006; Steinbring, 2006).

Jag vill visa med mitt diskursbegrepp att det kan användas som ett analysinstrument (Fairclough, 1992, 1995; Gee, 2005), en riktningsangivare (Wittgenstein, 1978; Linell, 1998) och ett teoretiskt-didaktiskt begrepp (Duval, 2006; Steinbring, 2006). Diskursen som teoretisk-didaktiskt begrepp innebär för mig att se kvaliteter i språket och kunskapen både i den vardagliga och matematiska världen och därmed tydliggöra vardagliga och vetenskapliga begrepp. Kvalitet kan då innebära att med hjälp av orden tala, tänka, skriva, lyssna och läsa skulle lärare och elever kunna integrera begrepp, tecken, ord, symboler, situationer och företeelser i den vardagliga och den matematiska diskursen och lärande skulle lättare kunna äga rum i matematik. Både lärare och elever kan då på ett synligt sätt analysera kunskapen i matematik (Säljö, 2005). Detta innebär för mig att elever och lärare aktivt ska kunna samtala med ett mera precist språk och använda sig av ett mera kvalitativt angreppssätt på kunskapen i matematik genom att lära sig den speciella diskursens begrepp, symboler, ord och situationer. Genom att lärare och elever blir medvetna om hur de passerar diskursiva gränser, alltså hur de går från olika representationsformer både i matematiken och mellan matematik och vardag, kan lärandet klargöras. Lärare och elever skulle kunna utveckla ett metaspråk, genom att tala i den matematikdidaktiska diskursen, som kan leda fram till ny kunskap och nytt lärande inom matematiken i skolan.

## Referenser

- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103-131.
- Fairclough, N. (1992). *Discourse and social change*. Great Britain: Polity Press.
- Fairclough, N. (1995). *Critical discourse analysis. A critical study of language*. London: Longman.
- Gee, J.P. (2005). *An introduction to discourse analysis theory and method*. New York and London: Routledge Falmer.

- Lerman, S. (2002). Cultural, discursive psychology: A sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. In C. Kieran, E. Forman, & A. Sfard (Eds.), *Learning discourse. Discursive approaches to research in mathematics education* (pp. 87-113). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Linell, P. (1998). *Approaching dialogue. Talk, interaction and contexts in dialogical perspectives*. Philadelphia: John Benjamins Publishing Company.
- Steinbring, H. (2006). What makes a sign a mathematical sign? – An epistemological perspective on mathematical interaction. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 133-162.
- Säljö, R. (2005). *Lärande och kulturella verktyg. Om lärprocesser och det kollektiva minnet*. Stockholm: Norstedts Förlag.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society* (Eds.: M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner & E. Souberman). Cambridge, Massachusetts, London: Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (1934/1986). *Thought and language*. Cambridge, Massachusetts, London: The Mit Press.
- Wittgenstein, L. (1978). *Filosofiska undersökningar*. (Sv. Övers. A. Wedberg). Stockholm: Bonnier.

**Försvar:** 16 april , 2008. Linköpings Universitet

**Opponent:** Professor Astrid Petterson, Stockholms Universitet

**Huvudhandledare:** Professor Lars-Owe Dahlgren, Linköpings Universitet

Avhandlingen finns tillgänglig via <http://www.ep.liu.se/abstract.xsql?dbid=11337>

# Mål utan grunder

## Om brister i kursplaneutveckling i matematik

### Inledning

Idégruppen för kursplaneutveckling i matematik (IKUM) har, i korthet, fått följande uppdrag<sup>1</sup> av gymnasieutredningen:

Vi i gymnasieutredningen skulle vilja få ett ”paper” från IKUM-gruppen. Detta ska huvudsakligen ta upp det utvecklingsarbete som, enligt er uppfattning, behöver göras i ämnet matematik. Det ska lyfta fram men inte hantera problemområdena och inte heller hitta lösningar på de frågor som finns utan betona vikten av fortsatt utveckling och forskning inom dessa områden för att besvara frågorna samt att det behövs någon som ansvarar för och driver denna utveckling kontinuerligt.

IKUM bildades vid ett seminarium om matematiken i framtidens gymnasieskola hösten 2005. Gruppens medlemmar ingår i många olika nätverk<sup>2</sup>. IKUM har följande målsättningar:

- Att verka för ett fortlöpande och samordnat utvecklingsarbete från förskola till högskola vad gäller kursplaner i matematik
- Att sprida information och idéer till olika nätverk
- Att inspirera och stödja forskning och utvecklingsarbete kring kursplanefrågor
- Att verka för en proaktiv inställning hos alla berörda aktörer när det gäller kursplaneutveckling.

Den text som följer är vårt svar till Gymnasieutredningen. Vi ger en kortfattad beskrivning av hur kursplanearbete har bedrivits i Sverige och hur kursplanernas innehåll har förändrats, med fokus på gymnasieskolan. Vi pekar på ett antal allvarliga brister i kursplanearbetet och i kursplanernas innehåll, men vi gör inte

---

<sup>1</sup> För uppdraget i sin helhet, se bilaga 2.

<sup>2</sup> För IKUM:s medlemmar, se bilaga 1.

anspråk på att vår analys är heltäckande. Vi avslutar med en kort sammanfattning av krav på en bättre process för kommande kursplanearbete.

Bristerna i kursplanearbetet har drabbat den svenska skolans lärare och elever på alla nivåer i form av inbyggda målkonflikter. t.ex. att målen bör vara få och samtidigt tydliga (utan hänvisning till stödjande kommentar- och referensmaterial), outredd problematik vad gäller tekniska hjälpmedel och avsaknad av helhetssyn grundskola-gymnasium-högskola. En orsak till problemen är att Sverige, till skillnad från många andra länder, saknar ett kontinuerligt och samordnat utvecklings- och forskningsarbete kring kursplanefrågor i matematik. Detta har påtalats i flera olika sammanhang bland annat av Matematikdelegationen i dess betänkande<sup>3</sup>.

Vi vill visa på att vissa politiska och byråkratiska rutiner och arbetssätt bör ersättas av andra arbetssätt där en mångfald av relevanta och kompetenta aktörer får komma till tals fortlöpande och långsiktigt.

Den politiska medvetenheten om kursplanemålen långsiktiga betydelse och behovet av en förankring i utvecklingsarbeten, forskning och beprövad erfarenhet har ofta saknats. Allt fler länder, jämförbara med Sverige, förbättrar sina resultat vid internationella studier, vilket bland annat PISA 2006 visar. Sveriges relativa position försämras däremot från mätning till mätning, och vi är mycket långt från att vara Europas bästa skola. En nödvändig förutsättning för att Sverige skall kunna hävda sig vid internationella jämförelser är att vi utvecklar målen i matematik systematiskt, kontinuerligt med en genomtänkt framtidsstrategi. Även inhemska svårigheter som övergångsproblemen grundskola-gymnasium-högskola samt nationella provresultat på yrkesförberedande program i gymnasieskolan skulle åtminstone delvis kunna vara resultat av brister i kursplanearbetet. Forskning saknas dock på området.

Det är inte en framkomlig väg att baka in alla vitt skilda motiv och intressen i målskrivningarna, så att resultatet blir orealistiskt, överambitiöst och fyllt av målkonflikter. Förankring, genomförbarhet, uppföljning och utvärdering är av yttersta vikt.

Ett dagsfärskt exempel på att politiker ger uppdrag med orealistisk tidsram är det kompletteringsuppdrag Skolverket fått att på mycket kort tid (ca 2 veckor) förtydliga mål att uppnå för åk 3. Vi citerar Skolverkets nyhetsbrev från 10 december 2007 (våra kursiveringar):

---

<sup>3</sup> Matematikdelegationen *Att lyfta matematiken – intresse, lärande, kompetens*, SOU 2004: 97

Tiden är knapp men vi kommer att klara det. Vi utgår från förslagen vi redovisade i somras och försöker få in synpunkter från högskolor, universitet, lärare och allmänhet. Målen ska även kunna förstås av föräldrar, vilket vägleder oss när vi det gäller språk och typ av beskrivningar. *Tyvärr hinner vi inte pröva hur föräldrar upplever målen.*

Under rubriken ”Risk för detaljstyrning” står det:

Våra tidigare förslag till mål krävde tolkning och *utgick från ett ämnesdidaktiskt perspektiv*. Nu kommer vi att ha mer detaljerade mål än tidigare. För att *undvika detaljstyrning* kommer målen att innehålla flera exempel. *Men det är en svår balansgång. (...)*

De reviderade förslagen till mål i årskurs 3 kommer mer direkt att gå att stämma av, medan målen i årskurs 5 och 9 förutsätter en tolkning. *Det innebär bekymmer för lärarna eftersom olika delar av kursplanen innehåller olika logik och ska förstås på olika sätt. Men vi försöker utveckla detta i vårt kommentarmaterial.*<sup>4</sup>

Man hoppas alltså att på knappt två veckor få in synpunkter från en mängd angelägna aktörer, skriva fram detaljerade exempel men ändå undvika detaljstyrning, samt använda kommentarmaterialet för att i efterhand lappa ihop bristande logik och helhetssyn som rimligen borde ha funnits i själva kursplanerna. Det senare trots att målförslagen för åk 3 kommer att skilja sig både i ”karaktär och funktion” jämfört med målen i åk 5 och 9, enligt Westin. Skolverket måste som myndighet genomföra de uppdrag som den får av regeringen och i detta fall tycks det vara politiker och departementstjänstemän som ger de alltför snäva tidsramarna. Reformprojekt i utbildningssammanhang kommer givetvis alltid att ha en politisk och ideologisk dimension och har samband med samhällsutvecklingen, men det får inte innebära att t.ex. vetenskapligt grundade resultat inom pedagogik och didaktik och lärarprofessionens beprövade erfarenheter sätts ur spel.

### **Processen för att ta fram en kursplan i matematik**

Här ges en kort beskrivning över hur kursplanearbete har bedrivits i Sverige. Vi pekar ut allvarliga brister i organisation och genomförande. Fokus kommer att

---

<sup>4</sup> Skolverkets Nyhetsbrev nr 9, 2007. Från Skolverkets hemsida, [www.skolverket.se](http://www.skolverket.se)



ligga på kursplanarbetet för gymnasieskolan, men liknande beskrivningar kan göras för andra nivåer i utbildningssystemet.<sup>5</sup>

### Historik - kursplanearbete 1960 – 1994

Kursplanen för det linjeinriktade gymnasiet kom 1965 (Lgy 65) och följdes upp 1970 med att fackskolan och yrkesskolan integrerades i gymnasieskolan (Lgy70). Förändringen från Lgy 65 till Lgy 70 var därmed enbart en organisatorisk förändring för gymnasiet del. Arbetet med kursplanerna i matematik grundades på 1960 års gymnasieutrednings (GU) arbete.

Tabell 1

Här visas när nya kursplaner i matematik införts samt när kommentarer till dessa utgivits.					
<b>Gr</b>	62	69	80 (82 <sup>1</sup> )	94 (97 <sup>2</sup> )	00
<b>Gy</b>	65/70	Studieplan 72-73 <sup>3</sup>	Supplement 71, 80-83 <sup>4</sup>	94	00
1) Kommentarmaterial till Lgr 80 kom först 1982.					
2) Kommentar till kursplan och betygskriterier till Lpo 94, matematik, 1997.					
3) SÖ gav 1972 (Lindberg, 1991) respektive 1973 ut studieplansförslag i stencilform för NT- och HSE-linjerna med anledning av problemen att realisera kursplanerna från 1965.					
4) SÖ gav ut supplement till Lgy 70 tex SoEk 1980, NT 1981 och HSE 1983.					

<sup>5</sup> Wiggo Kilborn mfl, (1977). *Hej Läroplan!, Hur man bestämmer vad våra barns ska lära sig i matematik*. PUMP-projektet nr 15, Pedagogiska institutionen, Göteborgs universitet.

Två viktiga inflytanden gjorde sig gällande på GU:s syn på matematiken: en avnämningarundersökning och den internationella rörelsen, ”den nya matematiken”, via den Nordiska kommittén för modernisering av matematikundervisningen<sup>6,7</sup>. Gymnasieutredningens huvudsekreterare var matematikern Lennart Sandgren, som utnämndes till departementsråd under 60-talet. Han var även ordförande i den nordiska kommittén. Han var själv övertygad om den nya matematikens fördelar. Utredningens förslag till mål och nytt kursinnehåll låg i linje med vad den nordiska kommittén arbetat för och tillstyrktes av remissinstanserna. Nordiska kommittén fick alltså starkt inflytande på Lgy 65/70. Kommittén dominerades i antal av matematiklärare och utbildningsadministratörer som varit matematiklärare. Där medverkade även ett par matematiker, en pedagogikprofessor och en industrirepresentant. Som experter anlätades en rad lärare, metodiklektorer samt pedagoger och psykologer. Kommittén arbetade under lång tid, 1959 – 1967, och i deras regi bedrevs också försöksverksamhet.<sup>8</sup> Efter 1965 års kursplan genomfördes revisioner av kursplanerna i olika omgångar under 70- och 80-talen. Nästa större reform genomfördes 1994.

Skolverket inrättades 1991 och ett av de första uppdragen var att utarbeta styrdokument för en ny gymnasieskola som resulterade i Lpf 94. I Skolverkets egna utvärdering<sup>9</sup> av kursplanearbete 91-94 kan man läsa:

Skolverkets arkiv har genomsökts men dokumentationen från den tiden är mycket bristfällig. En genomgång av regleringsbrev, verksamhetsplaneringar och årsredovisningar har också gjorts. Det är dock svårt att utifrån dessa genomgångar dra slutsatser om vad som blev verklighet.

Skolverkets utvärderingar av kursplanearbetet 91-94 samt 98-00 baseras därmed på intervjuer av personer som deltog i arbetet. Utvärderingen lyfter bland annat fram det pressade tidsschemat:

Likaså innebar den politiska styrningen snäva tidsramar både för Skolverket och för kommuner och skolor. Intervjuerna visar tydligt hur dessa faktorer påverkat arbetet. Det fanns inte tid till de grundläggande analyser av de bakomliggande politiska motiven, av läroplansteoretiska utgångspunkter osv.

---

<sup>6</sup> OEEC (1961). *New thinking in mathematics*. Paris

<sup>7</sup> Nordiska kommittén för modernisering av matematikundervisningen. *Nordisk skolmatematik* (1967). Stockholm: Nordiska rådets utredningar. 1967: 9

<sup>8</sup> Håstad, Matts (1978). *Matematikutbildning från grundskola till tekniska högskola igår – idag – imorgon*. TRITA-EDU-016. Stockholm: KTH, s 147 ff

<sup>9</sup> Skolverket (2004). *Kursplanernas historia på Skolverket* (2003:1767)

Genomgående har Skolverket anlitat tillfälligt timanställda experter<sup>10</sup> i respektive ämnen för att ta fram underlag till en kursplan. Enligt utvärderingen arbetade matematikexperterna isolerat i förhållande till de andra ämnena i samband med kursplanearbetet 91-94. Det utvecklades två kulturer inom verket, de som arbetade med yrkesämne respektive allmänna ämne, där bägge grupperna kände sig förfördelade. Kopplingen mellan grundskolans och gymnasieskolans kursplaner var svag eftersom grundskolans kursplaner utarbetades i läroplanskommittén och kom efter att man inom Skolverket redan hade gymnasieskolans planer klara. Kommunikationen med referensgrupperna blev ibland enkelriktad eftersom den politiska styrningen via uppdragstexten, t. ex. vad gäller kursindelningen av skolämnen, var kraftig. En annan orsak ansågs vara att kursplanerna gjordes alltför färdiga innan de presenterades för referensgrupperna. Vissa forum för samtal uppstod dock, t.ex. i Nämnaren där bl.a. Skolverket bereddes plats att skriva under rubriken ”Vad händer på Skolverket?”.

### **Kursplanearbetet 2000 - 2007**

Nyheten inför revideringen 2000 var att Skolverket bildade grupper av experter kring varje gymnasieprogram, då med ansvar för vissa ämnen. Matematikexperterna placerades i det naturvetenskapliga programmets grupp. Samverkan mellan ämnena och programmen var mycket begränsade och inte heller denna gång hann man med att behandla progressionen mellan grundskolan och gymnasieskolan. Så här uttrycker sig en av experterna i matematik, Barbro Grevholm, kring kursplanearbetet (maj 1999<sup>11</sup>):

Arbetet med kursplanerna påbörjades i oktober 1997 och är ännu inte avslutat. Direktiven och ramarna för arbetet har förändrats flera gånger under denna tid. Arbetssättet för referensgruppen har förändrats vid flera tillfällen. Åtskilliga personer har lämnat referensgruppen och ersatts av andra. Ansvariga på Skolverket har avslutat sin anställning och ersatts av nya personer vid flera tillfällen. Den politiska styrningen har varit påtaglig samtidigt som Skolverkets anställda företräder en syn på sin uppgift som verkställare av politiska intentioner utan att ha ansvar för att påtala konsekvenserna av lagda förslag. Arbetet har med andra ord präglats av stor turbulens och många oklarheter. Bland annat av detta skäl har vi

---

<sup>10</sup> Med expert menas i den svenska förvaltningslagen personer med kompetens som normalt saknas vid en myndighet och som får ett uppdrag av myndigheten, antingen som tillfälligt anställd eller som fristående.

<sup>11</sup> Barbro Grevholm (1999), PM om översyn av kursplan i matematik för gymnasieskolan, 19990523.

från matematikgruppens sida under 1999 föreslagit att Skolverket bör initiera insatser för en mera långsiktig och lugnare utveckling av planerna i matematik (och andra ämnen).

Arbetet organiserades på liknande sätt i januari 2005 inför revideringen 2007 (GY07). Även om intentionerna var goda så var samarbete i praktiken med de naturvetenskapliga ämnen inom gruppen begränsat och saknades helt med ämnen vars ansvar låg utanför gruppen. Direktiven ändrades under arbetets gång och programmens inriktningar och mål beslutades av regeringen mitt i arbete. Skolverket tog heller inte hänsyn till de speciella villkor som gäller för vuxenutbildning<sup>12</sup> och arbetet var inte heller samordnat med den pågående utredningen kring tillträdesregler för högskolan. Redan i revideringen 2000 fanns en webbsida för kursplanearbete men det var i samband med GY07 som Internets möjligheter till kommunikation kunde tillvaratas. Det öppna arbetssättet gjorde det möjligt för Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM) att inbjuda till ett seminarium ”Matematikämnet i framtidens gymnasieskola” i augusti 2005. Syftet med seminariet var att skapa en arena för samtal mellan olika aktörer med intresse för och kunnande om gymnasieskolans matematikämne. Vid mötet deltog representanter för Skolverket, experterna för GY07, matematiker, matematikdidaktiker, gymnasielärare och högskolelärare. Vid detta möte bildades IKUM. Mötet bidrog också till att aktivera deltagarna och många av dem inkom senare med remissvar på kursplaneförslaget.

Skolverket fick in ca 80 inlägg på kursplaneförslaget som skickades ut på remiss. Många goda idéer kom in och arbetades in i kursplanen. Det öppna arbetssättet var på många sätt ett föredöme men samtidigt medförde det också ett ansvar att ta tillvara de inlägg som kom. Varken tid eller resurser fanns egentligen till detta. I december 2006 överlämnade experterna, den då relativt väl förankrade, slutversionen till Skolverket. Den interna granskningen inom Skolverket medförde dock att förslaget reducerades till oigenkännlighet. Experterna avböjde erbjudande att arbeta fram kommentarmaterial eftersom de själva inte begrep den omarbetade kursplaneförslaget. Inom Skolverket arbetade man vidare bakom slutna dörrar och sommaren 2006 fastställdes kursplanerna som då åter var ändrade - men nu till en version som låg nära experternas version från december 2005. Hela gymnasiereformen avblåstes efter regeringsskiftet hösten 2006.

---

<sup>12</sup> Validering av vuxnas matematikkunskaper, L. Gustafsson & L. Mouwitz, (2007) Rapport från Valideringsdelegationen.

## **Brister i kursplanearbetet**

Här sammanfattar vi vår uppfattning av de allvarligaste bristerna i kursplanearbetet.

### **Resurser i form av tid, kompetens och forskningsunderlag**

Kursplanearbetena 1965-2007 har genomdrivits i ett mycket högt tempo vilket har medfört att man inte haft tid att beakta erfarenheter och forskning, varken nationellt eller internationellt, kring kursplanearbete och dess innehåll. Remissförfarandet och förankringsarbetet har varit bristfälligt. Tidspressen har också medfört att matematikens mål tagits fram utan möjlighet till tillräckligt samarbete med andra ämnen. Genomgående är att olika reformer och utredningar görs för en nivå i taget i utbildningssystemet, ibland parallellt, utan hänsyn till helheten. Vikten av att se eleverna i ett 0-12 års perspektiv lyfts ofta fram i utbildningssammanhang, men detta gäller inte framtagningen av de *mål* som talar om vad våra barn och ungdomar ska lära sig i matematik.

Experterna i matematik brukar placeras bland naturvetenskapliga ämnen vilket skapar vissa kontaktmöjligheter med programsansvariga och experterna i exempelvis fysik, medan inga resurser satsades på kontakt med andra gymnasieprogram, varken med de teoretiska programmen eller med de yrkesförberedande.

Det finns inte heller tillräckligt med forskningsunderlag och utvecklingsarbete att tillgå för att med säkerhet avgöra vilka behov det funnits eller finns för förändringar i kursplaneinnehåll både på kort och på lång sikt.

Skolverket har tillfälligt hyrt in experter enligt personliga kontakter eller via tips av ämnesföreningar. Det har inte förekommit någon utbildning av experterna. Detta leder till frågor kring vilken kompetens en ”kursplaneskrivare” bör ha och vem som ansvarar för en eventuell utbildning. Man kan också fråga sig om det är möjligt att täcka den kompetens som krävs med ett par experter som med små medel ska arbeta fram ett underlag till en kursplan med en livslängd på ca 10 år. Budgeten för experterna vid GY07 motsvarade totalt nio veckors arbete. Vid en gemensam uppvaktning som gjordes av SKM, SMDF och Nationalkommittén för matematik<sup>13</sup> på utbildningsdepartementet i juni 2006 framhöll statssekreteraren som förklaring till de bristande resurserna att revideringen inte var tänkt att

---

<sup>13</sup> Svenska kommittén för matematikutbildning (SKM), Svensk förening för matematikdidaktisk forskning (SMDF) och Nationalkommittén för matematik vid Kungl Vetenskapsakademien

bli så omfattande och hänvisade för övrigt till Skolverkets ansvar att fördela resurser i enlighet med behoven.

## **Diskontinuitet**

Kursplanearbete genomförs i högt tempo följt av en period där allt arbete dör. Dokumentationen av arbetet och dess utvärderingar är bristfälliga. Experternas arbete dokumenteras inte på ett systematiskt sätt och förblir på så sätt osynligt.

Det betyder att om successiva kursplaneförändringar ska kunna ske med en bestämd inriktning är det väsentligt att veta vart man är på väg och varför. En kontinuitet i arbetet är nödvändig och dokumentation med motiveringar för de ändringar som görs än viktigare. Dessa krav kan knappast anses uppfyllda idag beträffande Skolverkets arbete<sup>14</sup>

## **Reaktivt arbetssätt**

I återkommande artiklar i *Nämnan*<sup>15</sup> under 90-talet och via en webbplats för kursplanearbete under 2000-talet uppmanades alla med intresse att engagera sig och inkomma med synpunkter. Högskolor, skolor, lärare och organisationer förväntades reagera på ett lösryckt förslag utan motiv och bakgrund och utan egentlig delaktighet i form av tid och resurser. Följden blev att få engagerade sig och de inkomna reaktionerna blev lösryckta och spretiga och uttrycker alltför ofta helt motsatta åsikter<sup>16</sup>. Man kan ifrågasätta om ett sådant reaktivt arbetssätt egentligen är konstruktivt.

Givetvis behövs alltid ett forum för att kunna reagera på i stort sett färdiga förslag, men det som saknas är en ständigt pågående dialog där olika aktörer kan presentera utvärderingar, utvecklingsarbeten och forskning, erfarenhet från tillämpningar i skolan med mera, samt reflektioner kring och förslag på förändringar av framtida kursplaner.

## **Innehållsfrågor**

I detta avsnitt diskuterar vi kursplanernas innehåll och inleder med en kort beskrivning av begreppet kursplan. Vi tar upp exempel på några områden som belyser hur kursplanen strukturerats och tagits emot. Vårt perspektiv är hela tiden

---

<sup>14</sup> Barbro Grevholms, Några tankar kring arbetet med kursplaner i matematik (december 1999)

<sup>15</sup> Pilström H., *Vad händer på skolverket?* *Nämnan* 3 1992. Ljung G., *Vad händer på skolverket?* *Nämnan* nr 1 1993, nr 2 1993, nr 2 1994.

<sup>16</sup> Ljung G., *Vad händer på Skolverket*, *Nämnan* nr 3 1993, nr 1 1994.

ett resultatperspektiv, vi frågar oss hur en kursplan bidrar eller inte bidrar till en reformering av skolans matematikutbildning i en viss riktning. Vi pekar på motsägelser och motsättningar som medfört att tidigare kursplaner inte kunnat realiseras på väsentliga punkter och drar vissa principiella slutsatser om reformarbete och kursplaneutveckling.

## Begreppet kursplan

I internationell litteratur och forskning används begreppet *curriculum* som hämtats från den anglosachsiska skolforskningen som bygger på andra styrsystem och annan organisering av skolan och skolmatematiken än den svenska. Curriculum är ett sammanfattande begrepp som täcker både läroplan och kursplan men har delvis en annan innebörd än de svenska begreppen läroplan/kursplan. Curriculum står för den samlade helheten av kunskapssyn, mål, innehåll, arbets- och utvärderingsformer, läromedel, utvärderingsmaterial osv<sup>17</sup>. Man har bland annat infört begreppen *avsedd*, *implementerad* och *faktisk* läroplan (intended, implemented, attained curriculum) i samband med forskningen rörande TIMSS-utvärderingarna för att skilja på olika betydelser av begreppet<sup>18</sup>.

Vi använder i denna text ordet kursplan för att beteckna själva kursinnehållet tillsammans med de delar av läroplanen som berör ett visst ämne specifikt. Vi inkluderar olika metodiska komplement som tillkommer för att förtydliga kursplanens avsikter. Vi kommer att jämföra kursplaner och diskutera syftet med kursplanen och dess förverkligande i lärares och elevers arbete.

De två senaste svenska läroplanerna för gymnasiet/gymnasieskolan bygger på skilda principer för styrning och har därmed fått helt olika utformning.

Lgy 65 innehåller fyra avsnitt: Mål och riktlinjer, allmänna anvisningar, timplaner samt kursplaner och omfattar nästan 800 sidor. Kursplanerna ger detaljerade anvisningar för innehållet och undervisningen med planering ner på delmomentnivå, diskussioner om hur matematiklärande sker, elevers arbetsformer, förslag på samarbeten med andra ämnen mm. Det betonas att det finns andra sätt att ordna innehållet än det som föreslås. Lgy 70 består av samma huvuddelar, men kursplanerna reduceras i den allmänna delen till övergripande mål och en kort lista på huvudmoment och den omfattar därför knappt 200 sidor. Läropla-

---

<sup>17</sup> Goodlad, J.I. (1979). *Curricular inquiry: The study of curricular practice*. New York: McGraw-Hill

<sup>18</sup> Robitaille, D.F., Schmidt, W.H., Raizen, S.A., McKnight, C.C., Briton, E.D., & Nicol, C. (1993). *Curriculum frameworks for mathematics and science*. Vancouver: Pacific Educational Press

nen kompletterades med supplement dit de detaljerade anvisningarna flyttats. Avsikten var att efter hand revidera supplementen med hänsyn till erfarenheterna vilket också skedde.

Lpf94 däremot bygger på en styrning via mål och resultatuppföljning kopplad med decentralisering och ökat inflytande för den lokala nivån. Kommunen, skolan och lärarna beslutar hur arbetet i skolan ska ske för att målen ska nås. Själva läroplanen som tryckts i ett häfte tillsammans med läroplanen för grundskolan omfattar knappt 20 ganska små sidor med allmänna mål. Program mål, timplaner och kursplaner kompletterar läroplanen. Kursplanerna inleds med en ämnesdel som följs av mål och innehåll för varje enskild delkurs. Sammantaget är kursplanen mycket kortare än i Lgy70. Kursplanerna reviderades år 2000.

### **Beskrivning av matematikkunskaper i kursplanerna**

I Lgy 65/70 är de grundläggande kunskapskategorierna som ingår i de inledande huvudmålen för undervisningen tre:

- att ge *förtrogenhet* med begrepp och metoder [...] inom algebra, geometri, funktionslära, sannolikhetslära och statistik
- att uppöva *färdigheten* i numerisk räkning [...]
- att ge *inblick* i matematikens användning inom andra ämnesområden. (s 255)<sup>19</sup>

I anvisningarna som ingår i läroplanen återfinns många utvecklingar av vad detta innebär mer konkret men hela tiden utifrån ett undervisningsperspektiv. Exempelvis kommer logisk förmåga och kommunikationsförmåga in och förståelsen betonas. Endast enkla problem ska kunna lösas av alla elever men man vill samtidigt undvika typuppgifter. Trots de noggranna anvisningarna förväntas läraren aktivt tolka kursplanen och kunna göra klart för sig vad som är kärnan i kursen.

I Lpf 94 finns i den allmänna delen fyra kunskapskategorier: *fakta*, *förståelse*, *färdighet* och *förtrogenhet*. Av dessa var de två första tänkta för de teoretiska ämnena och de sista för yrkesämnena och de estetiska ämnena. I kursplanen för matematik i Lpf94/2000 återfinns inte dessa kategorier. Där finns istället den övergripande kategorin *förmåga*. Orsaken kan vara att de två kategorierna fakta och förståelse dåligt täcker alla aspekter av matematiskt kunnande. Kunskaperna

---

<sup>19</sup> Skolöverstyrelsen (1965). *Läroplan för gymnasiet*. Skolöverstyrelsens skriftserie 80. Stockholm: Utbildningsförlaget



beskrivs istället i kursplanen operativt och utifrån aktiviteter som eleven ska kunna och utan några referenser till undervisningen. Kunnandet visas i *förmåga att* (eller i *att kunna*) tolka, formulera, använda, kritiskt granska, hantera, beräkna, arbeta med, lösa problem, reflektera, förklara, arbeta (med begreppsbyggnad), utforma (matematiska modeller), följa (resonemang), ange, analysera mm.

I den internationella forskningen har matematiskt kunnande beskrivits utifrån olika sammanflätade men ändå distinkta förmågor eller kompetenser som alla är väsentliga komponenter i kunnandet oavsett innehållet. Ett av de mest välkända har utvecklats i USA av Jeremy Kilpatrick tillsammans med andra forskare och består av fem färdigheter (eng proficiency)<sup>20</sup>. Mogens Niss och hans medarbetare har utarbetat en annan modell som används i kursplanearbete bland annat i Danmark och Norge. Där beskrivs åtta olika delkompetenser som tillsammans bildar den sammantagna matematiska kompetensen<sup>21</sup>. Redan 1978 gjorde Matts Håstad i sin avhandling en liknande uppdelning utifrån då aktuell internationell forskning<sup>22</sup>. Återkommande i dessa uppdelningar är förmågor/kompetenser associerade till följande: begreppsförståelse, metodkunskap, algoritmer och procedurer, representation, logiska resonemang, problemlösning, tekniska hjälpmedel och tillämpningar/modeller. Vissa av dessa kategorier tycks vara ganska stabila även om de ges varierande tolkningar av olika forskare och i olika kulturella sammanhang. Till det kommer affektiva faktorer som tilltro, metakognitiva kunskaper, självtillit, positiva attityder, önskan att lära mer matematik mm. Dessa senare har fått en tydlig plats i kursplanen Lpf94/2000.

Möjligheten att strukturera kunnandet i matematik utifrån forskningsbaserade kunskapsmodeller kan motiveras av den långa traditionen inom forskningen i matematikdidaktik av sådana analyser av matematiskt kunnande. I det skrinlagda förslaget från 2005 (GY07) används en sådan modell, som i stora drag överensstämde med en version som utvecklats av forskare vid Umeå universitet. Den modellen bygger på internationella förebilder och innebär en anpassning till den svenska traditionen inom utvärderingen av skolmatematiken<sup>23</sup>.

---

<sup>20</sup> Kilpatrick, J., Swafford, J. & Finnell, B. (eds) (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy press

<sup>21</sup> Niss, M. & Jensen, T. H. (red) (2002). *Kompetencer och matematikaering. Idéer og inspiration til udvikling av matematikundervisningen i Danmark. Uddannelsesstyrelsens temahaefterserie nr 18*. Köpenhamn: Undervisningsministeriets forlag

<sup>22</sup> Håstad, op. cit

<sup>23</sup> Palm, T., Eriksson, I., Bergqvist, E., Hellström, T. & Häggström, C.-M. (2004). *En tolkning av målen med den svenska gymnasimatematiken och tolkningens konsekvenser för uppgiftskonstruktion*. Umeå: Edmeas, Umeå universitet

## Matematiken i kursplanerna - struktur och innehåll

Lgy 65/70 innebar en stor reformering av matematiken. Kursinnehållet moderniserades. Geometrin skars ned kraftigt medan statistik och sannolikhetslära förstärktes och de nya momenten vektorer, differentialekvationer och komplexa tal infördes. Mängdläran infördes. Samtidigt höjdes ambitionen rejält när det gällde förståelsen och användningen av abstrakta teoretiska begrepp. Nyttargumentet dominerade som motivation för ämnet och tillämpningarna fick därmed stor tyngd i kursplanen.

Redan tidigt stod det klart att programmet var alltför ambitiöst. Matematiklärarna som enligt Håstad varit positiva vid reformens genomförande ändrade sin inställning. När en årgång passerat gymnasiet 1968 började planerna revideras för att bli mer realistiska. I ett planeringssupplement från 1970 infördes en angelägenhetsgradering genom att centrala och mindre centrala moment definierades. Liknande revisioner gjordes i andra ämnen. År 1972 beslutades att de centrala proven endast skulle omfatta de centrala momenten. I och med detta hade kursen i praktiken reducerats avsevärt. Under denna process var det inte längre experter utifrån som styrde utvecklingen. Nu var det istället gymnasieinspektören i matematik Sven Hilding vid SÖ som ledde arbetet med revisionen.<sup>24</sup>

Experternas roll sammanfattas av Håstad:

Experternas roll kan illustreras av matematikens behandling i SÖ.

På 1950-talet leddes SÖ-matematiken av ett undervisningsråd som slog vakt om det bestående. Experter valdes med främsta uppgift att försöka föra vidare till de nya skolformerna så mycket som möjligt av det redan etablerade och utprovade.

På 1960-talet knöts förhoppningen till den nya matematiken. Experterna valdes som vi sett med nära anknytning till Nordiska matematikkommittén.

På 1970-talet hade den nya matematiken svikit förhoppningarna. Basfärdigheter och anknytningen till den faktiska situationen i landets skolor blev det centrala. Fortbildningskonsulenterna blev SÖ:s främsta rekryteringskälla. (Håstad<sup>25</sup>, sid 151)

---

<sup>24</sup> Skolöverstrelsen (1983). *Matematik i svensk skola*. Utbildningsforskning. SÖ. FoU rapport

46. Liber förlag

<sup>25</sup> Håstd, op. cit

Ytterligare anpassningar genomfördes i början av 1980-talet via nya supplement. Huvudmomenten omdefinierades och de nya avsnitt som infördes 1965 nedprioriterades genom att endast två av sex valbara områden skulle läsas<sup>26</sup> i den största kursen (N och T) medan statistiken gavs mer utrymme. Exempel på uppgifter som hade karaktär av typuppgifter infogades i planen.

Trettio år efter den grundliga förändringen 1965 skedde nästa stora reform. Fle- ra stora förändringar påverkade kursplanen och den viktigaste var att matemati- ken gjordes gemensam för alla program, teoretiska och yrkesinriktade, med en trappa av kurser som byggde på varandra ungefär som Komvux etapper som ut- vecklats under 80-talet. Helt nytt var att eleverna på de yrkesinriktade program- men skulle läsa en allmän matematikkurs. Tidigare hade matematiken ingått i olika yrkesämnen utifrån tillämpningarnas behov. Att kurserna blev gemen- samma, vilket var en drastisk förändring, grundades på en modell för valfrihet och kursstruktur som inte motiverades utifrån pedagogisk forskning utan snarare på ideologiska överväganden under läroplansarbetet. Begreppet infärgning lan- serades med oklar betydelse som ett sätt att lösa motsättningen som uppstod ge- nom att kurserna inte avpassades efter programmet. Reformen föregicks inte av försöksverksamhet. Innehållet stuvades om för att passa alla program och den första kursen blev i stort sett en fördjupning av grundskolans kurs.

Även denna gång visade det sig att planerna inte kunde genomföras som tänkt av lärare och elever. Lärare lyckades inte med infärgningen som var en förut- sättning för de gemensamma kurserna. Elever från vitt skilda program schema- lades ibland tillsammans i matematik, inte minst på mindre orter. Tiden räckte enligt lärarna inte till. Många elever klarade inte de nationella proven. Vid revi- sionen 1998-2000 togs den tredje kursen bort från det samhällsvetenskapliga programmet med motivering att den var för svår. Ett par kurser utökades i po- ängtal utifrån lärarnas erfarenheter.

### **Brister i kursplaneutvecklingen ur ett innehållsperspektiv**

Med stöd i erfarenheterna från de kursplaner vi beskrivit ovan och från interna- tionella erfarenheter t ex från Norge vill vi identifiera vissa motsättningar som inte fått rationella lösningar i tidigare kursplaneprocesser.

---

<sup>26</sup> De sex områdena: komplexa tal, integrationsmetoder, differentialekvationer, fördjupad san- nolikhetslära, vektorer, serier.

## **Matematikinhållet blir för omfattande**

I båda reformerna som beskrivits har man allvarligt missbedömt omfånget av kurserna och svårigheten för lärare och elever att nå målen eller ”hinna med” hela kursen. Det handlar om att avpassa ett helt system av mål, innehåll och examination så att det ryms inom de ramar som ges av poängomfånget och den tillgängliga tiden.

På 70-talet hade man i stort sett lyft in hela den första terminens universitetskurs till gymnasiet. En granskning av första generationens läroböcker visar att det faktiskt förhöll sig på det sättet. I efterhand ter det sig som helt uppenbart orealistiskt. Förklaringen var kanske att man med dessa orealistiska men på papperet lovande kurser fick med sig både avnämarna och matematikerna. Lärarna å sin sida fäste för stora förhoppningar vid att den nya matematiken skulle lyckas med underverket att skapa förståelse för svåra begrepp på ett snabbt och stabilt sätt. Det är för oss okänt hur försöksundervisningen lyckades.

Ett liknande misstag gjordes på 90-talet då omfånget av kurserna gjordes för litet eller innehållet för stort. Delvis var detta givetvis en följd av en kamp om utrymme mellan ämnena och starka förväntningar på att eleverna på de teoretiska programmen skulle nå till samma nivå som tidigare. Processen under arbetet med Lp94/2000 är inte tillräckligt dokumenterad eller analyserad och det är inte möjligt att göra en bedömning om de djupare orsakerna till att resultatet blev för omfattningsrika kurser och för högt ställda mål.

## **Elevanpassning**

I båda reformerna har man missbedömt elevernas förmåga och vilja att lära sig den matematik som skulle ingå enligt kursplanerna.

I reformen på 60-talet gällde det orealistiska uppfattningar om på vilken abstraktionsnivå eleverna kunde ta till sig de matematiska begreppen. Differentieringsfrågorna kommer osökt in i denna diskussion. Vissa elever klarade kanske att utifrån ett djupinriktat lärande både förstå och lära sig den ambitiösa kursen i Lgy65. Men det kunde bara gälla en liten minoritet.

Reformen på 90-talet byggde på föreställningen om att en och samma kurs kan passa alla elever oavsett programval, matematikkunskaper, matematikintresse och fallenhet för ämnet. Allra tydligast blir glappet mellan denna föreställning och verkligheten när det gäller den för alla gemensamma Matematik A-kursen. En stor ny grupp av elever – eleverna på yrkesprogrammen – skulle börja läsa

matematik som ett självständigt ämne i gymnasiet. De fick en matematikkurs som – när den omsatts i skolan – tyvärr inte visade sig fungera tillfredställande. Orsakerna till varför denna matematikkurs inte fungerar på alla program är inte klarlagda, men det finns idag mycket erfarenhet att bygga på för att analysera det som måste beskrivas som ett misslyckande för idén med den gemensamma kursen. Att i kursplanearbete inte ta tillräcklig hänsyn till alla elevers möjlighet att lära sig kursen tillräckligt väl menar vi är orätt mot elever och lärare. De skadliga konsekvenserna är uppenbara idag med det stora antalet elever som inte klarar att få godkänt i matematikkurserna.

En utförlig analys av de problem som uppkom genom modellen med de gemensamma kurserna för alla program återfinns i rapporten från Matematikdelegationens arbetsgrupp för gymnasiet och högskolan, den s k 11-H-gruppen.<sup>27</sup> Där finns även ett strukturförslag på programspecifika matematikkurser.

Inte heller när det gäller vuxenutbildning har hänsyn tagits till den vuxnes speciella erfarenheter, som eventuellt skulle kunna motivera speciellt utformade kursplaner och en särskild läroplan för vuxna.

### **Från yrkesräkning till matematik**

Genom att ersätta ämnet yrkesräkning med ämnet matematik ville man bidra till att få bort den stora åtskillnaden mellan teoretiska (studieförberedande) och yrkesinriktade utbildningar, en uppdelning som varken svarade mot arbetslivets behov eller mot idén om ett livslångt lärande.<sup>28</sup> Morgondagens arbetsliv krävde ett avsevärt mer omfattande matematikkunnande än vad den gamla yrkesräkningen kunde erbjuda.

Inför införandet av den treåriga yrkesutbildningen påpekas att den nya gymnasieskolan ställer nya och andra krav på många av karaktärsämneslärarna och att fortbildningsbehovet är mycket stort bland lärare och handledare.<sup>29</sup> Efter förändringen väcktes snart krav från skolhåll om att man måste minska kraven i kärnämnen för de yrkesinriktade programmen men regeringen har hela tiden fastslagit att så är inte ambitionen<sup>30</sup>.

Införandet av begreppet ”infärgning” av matematiken mot respektive program var i sammanhanget ett sätt att få den inledande A-kursen att te sig likvärdig,

---

<sup>27</sup> Rapporten finns i pdf-format på <http://kollegieblocket.ncm.gu.se/?q=node/76>

<sup>28</sup> SOU 1983/84:116, s. 15

<sup>29</sup> SOU 1989:90, s 79

<sup>30</sup> SOU 1996:1

men ändå vara olika, på respektive program. Men förmodligen sitter yrkesprogrammets problematik mycket djupare än så. Skolverket skriver t.ex. om att det råder olika kunskapstraditioner, olika förhållningssätt till kunskap och lärande, och bristande kunskap hos de två lärarkategorierna om vad de egentligen undervisar i.

Slutsatserna i Matematikdelegationens och Yrkesutbildningsdelegationens slutrapporter är rätt likartade. Man föreslår satsningar på samarbete kring matematiken i arbetsliv och skola och att sprida inspirerande exempel kring matematikens utveckling och användning.

Viss forskning finns på området, främst internationell, som bland annat pekar på att man inom de flesta yrken använder matematik som verktyg på ett sätt som radikalt skiljer sig från traditionell skolmatematik. Viktiga frågor är bland annat att utforska vilka matematiska modeller som används i olika branscher, vad det innebär att matematiken är knuten till ett praktiskt kunnande, samt hur yrkesprogrammets matematikkurser ska kunna vara användbara både inom branschen och för framtida studier och medborgarskap.

### **Helhetsperspektiv**

Eftersom kursplanarbetena genomdrivits under högt tempo med begränsade medel så har det inte funnits möjlighet att skapa ett innehåll ur ett helhetsperspektiv från förskola till högskola. Detta har fått till följd att eleverna får svårigheter vid övergångarna mellan grundskola – gymnasieskola respektive gymnasieskola – högskola<sup>31</sup> vilket i sin tur leder till olika typer av stödinsatser nationellt. Traditionen att genomföra reformer för en nivå i taget medför också att skolmatematikens, både teoriinnehåll och kompetensbegrepp, tillåts utvecklas lokalt var för sig på de olika nivåerna. Ett gemensamt språk mellan lärare utvecklas inte och missförstånd uppstår om vad eleverna egentligen lär sig på respektive nivå<sup>32</sup>.

Liknande brister i kursplanernas innehåll finns även i relation till andra skolämnen och till avnämare så som yrkesliv och samhälle. Sammantaget blir det att

---

<sup>31</sup> Högskoleverket (2005). *Nyborjarstudenter och matematik - matematikundervisningen under första året på tekniska och naturvetenskapliga utbildningar*, (Högskoleverkets Rapportserie 2005:36 R)

<sup>32</sup> Thunbeg, H. & Filipsson, L. (2005) Gymnasieskolans mål och Högskolans förväntningar. En jämförande studie om matematikundervisningen. Kungliga Tekniska Högskolan. <http://www.math.kth.se/gmhf/>

matematikens mening och roll i utbildningssystemet och i samhället i stort blir tydlig.

## **Modernisering**

Modernisering av kursinnehåll eller kompetensmål är svåra men nödvändiga att genomföra. Modernisering av innehållet motiveras utifrån ämnets utveckling, tillämpningarnas utveckling och tillgången på nya hjälpmedel. Modernisering av kompetensmål motiveras utifrån ändrade krav på kunskaper i fortsatta studier, yrkesliv och tillvaron som samhällsmedborgare.

I princip innebär en modernisering att vissa moment måste utgå för att andra ska få plats eller att mer tid måste användas för att träna en viss kompetens som eleverna inte tidigare fått arbeta med.

Moderniseringen löstes på ett effektivt men fullständigt orealistiskt sätt i Lgy65. Geometrin fick gå och gav plats och nytt innehåll, men det nya rymdes inte. Resultatet kom under 70-talet och början av 80-talet med en tvehågsen kompromiss och en återgång till ”baskunskaper”. En modernisering som fungerat och fått bli bestående är införandet av statistik och sannolikhetslära. Idag anser många att geometrin åter bör få mer utrymme och detta avspeglades i GY07-förslaget.

En del av moderniseringen löstes på ett utmärkt sätt år 2000 genom införandet av en helt ny kurs, den diskreta matematiken. Denna kurs gjordes valbar. Men svårigheter uppstår om valfriheten minskas, vilket var på förslag inför GY07. Då hänvisas man återigen till en kompromiss och får backa tillbaka.

Det måste till en mycket medveten politik att våga prioritera ned vissa existerande moment för att få plats med nytt innehåll eller nya kompetenser.

## **Tekniska hjälpmedel**

En moderniseringsaspekt har varit införandet av tekniska hjälpmedel: datorer och miniräknare av olika slag. Redan i Lgy65 fanns förslag om att använda elektroniska hjälpmedel vid sidan av den traditionella räknestickan och räknemaskiner. Miniräknare infördes generellt genom supplementen i början av 80-talet vilket var i linje med samma förändring i Lgr80. I Lpf94 infördes som ett mål att eleverna skulle utveckla en vana att arbeta med grafritande räknare och dator vid problemlösning. Miniräknare har tillåtits vid de centrala och nationella proven. För närvarande införs miniräknare som hanterar algebraiska system vid proven. IT-hjälpmedel av andra slag används också i undervisningen.

Användning av IT-hjälpmedel i undervisningen är ett mål i sig, men syftar också till att stärka begreppsförståelse och problemlösningsförmåga enligt kursplanen. När Lpf94 infördes skedde det utan anvisningar om hur undervisningen och lärandet med miniräknare (av olika slag) skulle genomföras. Den stora omställning av undervisningen som behövs för att nå målen har lärarna förutsatts kunna genomföra på lokal nivå. Förutsättningen från 70-talet och ända fram till idag har dock varit att de flesta lärare inte fått utbildning om hur de tekniska hjälpmedlen skulle utnyttjas. Fortfarande idag är inslagen om IT-hjälpmedlens didaktiska roll svagt utvecklade inom lärarutbildningen. Några svenska avhandlingar under de senaste 10 åren har visat att lärarna använder IT-hjälpmedel på mycket varierande sätt. I kursplanearbetet tog man inte heller hänsyn till att det tar tid för elever att lära sig använda hjälpmedlet. Idag finns forskning som visar att den processen kräver tid och är nödvändig.

Någon anpassning mellan gymnasiet och högskolan har inte skett beträffande de tekniska hjälpmedlen. Det finns en stark uppfattning bland högskolans lärare – och bland gymnasielärare – att studenterna genom miniräknar användningen inte når samma nivå i sin räknefärdighet (naturligt nog) men inte heller i sin begreppsuppfattning. Detta hanterar högskolan genom att studenterna inte tillåts använda miniräknare vid tentamina med syftet att ”tvinga” fram andra arbetssätt. Det finns ingen konsensus bland lärare i skolan och på högskolan om vilken påverkan miniräknar användningen har på elevernas förståelse av matematiska begrepp. Många lärare menar att elever använder miniräknaren istället för att reflektera över rimlighet och göra överslagsberäkningar.

### **Genomförbarhet och implementering**

Utifrån våra exempel vill vi ta fasta på två förutsättningar för möjligheten att genomföra en kursplan. Det finns många andra, men dessa har en stor tyngd. I båda dessa avseenden har det brustit vid tidigare reformer. Implementeringen av kursplanen har vi inte tagit upp, men den är självklart lika viktig som själva texten.

### **Genomförbarhet**

Är det enklare att gå olika intressen till mötes och skriva en realistisk plan än att ta ansvar för genomförbarheten? Det verkar som om det varit på det sättet när de stora reformerna infördes 1965 och 1994. Det behövs strukturella former för kursplanearbetet som minskar risken för att samma misstag begås inför 2010. Detta kräver en organisation för kursplanearbetet där det finns sakkunskap och



beslutsförmåga. Det kräver också att man inte låter den demokratiska förankringsprocessen leda till att man försöker tillfredsställa alla gruppers önskemål på bekostnad av realismen, att man skapar konsensus genom att offra realismen. Hänsynen till lärarnas uppfattning bör påverka genomförbarheten. Den norske läroplansforskaren och matematikdidaktikern Gunnar Gjone skriver

Om en läroplansreform ska bli ”framgångsrik” (implementerad och genomförd i praktiken) måste den förmodligen återspegla en generell attityd hos lärare om att det är nödvändigt eller önskvärt med förändringar.<sup>33</sup>

Vi menar också att det i kursplanearbetet måste vara *högsta* prioritet att man gör en realistisk tidsanalys i relation till mål och innehåll utifrån de kunskaper man kan skaffa om lärares och elevers reella förutsättningar. Vi anser det vara orätt mot såväl lärare som elever och direkt skadligt för verksamheten att utsätta flera årgångar av elever för orimliga och motstridiga krav varje gång man gör en större reformering av gymnasiet.

### **Implementering**

Förverkligandet av kursplanens intentioner kräver mer än utskick av text. Men både vid den stora reformen 1994 och vid revideringen år 2000 lämnades lärarkåren att i hög grad på egen hand försöka tolka kursplanerna för gymnasiet och hantera inbyggda oklarheter och målkonflikter. Kommentarmaterial som diskuterar bakgrund och motiv till gjorda förändringar samt referensmaterial med exempel och uppslag lyste med sin frånvaro. Vid revideringen år 2000 deklarerade Skolverket öppet att expertgruppen inte kunde räkna med att något kommentar- eller referensmaterial skulle publiceras, trots att expertgruppen enträget bad att få skriva.

Följande citat från Gunnar Gjone pekar på svårigheterna att omsätta kursplanen på avsett vis, samtidigt som han menar att läroplanen/kursplanens inverkan inte heller bör underskattas.

Om man ser till matematikämnets utveckling i de nordiska länderna, kan vi se att en stor del av den utveckling som ägt rum först fann sin form i den (avsedda) läroplanen. Det är frestande att använda ord som ”nödvändigt” och ”tillräckligt” på

---

<sup>33</sup> Gjone, G. (2001). Läroplaner och läroplansutveckling i matematik. I Grevholm, B. (red) *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv*. Lund: Studentlitteratur, s 103

detta förhållande, det vill säga att den avsedda läroplanen är nödvändig men inte tillräcklig när det gäller förändringar<sup>34</sup>.

Mycket begränsade resurser satsades både 1994 och år 2000 på kompetensutveckling av lärarkåren. Som tidigare nämnts så verkar också dokumenten kring förändringarnas bakgrund och motiv ha en tendens att försvinna från Skolverkets arkiv, vilket i hög grad försvårar dokumentation och utvärdering av processen avsedd – implementerad - faktisk i kursplanearbetet. En märklig historielöshet uppstår, där tjänstemännen kommer och går och ingen tar ansvar för att lära av tidigare misstag.

### **Två exempel på internationella satsningar**

Hösten 2005 genomfördes *The First International Conference on Mathematics Curriculum*, vid Chicagco university. Föredrags hållare var kursplaneskrivare och läroboksförfattare från Kina, Japan, Singapore, Korea och Hong Kong. Den andra internationella konferensen ges våren 2008 med föredragshållare från Sydamerika, Australien, Europa och USA. Konferenserna arrangeras av *The Center for the Study of Mathematics Curriculum (CSMC)* finansierat av National Science Foundation. CSMC är en samarbetsorganisation mellan flera amerikanska universitet och ett antal skolor. Centrets mål är att

Develop leadership capacity related to K-12 mathematics curriculum design, analysis, implementation, and evaluation through:

- Doctoral program development with curriculum emphasis
- School/district curriculum leadership development
- Advance a research agenda related to K-12 mathematics curriculum, including the impact of curriculum materials on student and teacher learning.

En annan verksamhet av intresse är NCTM:s utvecklingsarbete, nu senast rapporten *Curriculum Focal Points for Prekindergarten through grade 8*. I denna rapport beskrivs och diskuteras ett antal väsentliga matematiska begrepp och färdigheter som är bärande för en såväl logisk som didaktisk progression i matematikutbildningen. Det som avgör om ett begrepp ska anses vara en *focal point* är bejakandet av följande tre frågor:

---

<sup>34</sup> Gjone, op. cit, s 107

- Är begreppet matematiskt väsentligt, såväl för vidare matematikstudier som för tillämpningar inom och utanför skolan?
- Passar det in didaktiskt med vad vi vet om hur matematiklärande går till?
- Är det logiskt sammanlänkat med den matematik som förekommer på tidigare och senare nivåer i utbildningen?

Det finns idag inget stöd från myndigheterna att bevaka och att aktivt delta från svensk sida i internationella konferenser eller att ta del av erfarenheter och forskning från organisationer av ovanstående slag, vilket är mycket anmärkningsvärt (men tyvärr symptomatiskt).

### **Sammanfattning**

Det är inte IKUMs uppdrag eller avsikt att i detta dokument föreslå lösningar på den mängd problem som uppmärksammas i texten. Tvärtom bör kanske en inledande diskussion föras om hur man organisatoriskt och praktiskt ska kunna starta upp ett forsknings- och fortlöpande utvecklingsarbete, där olika relevanta aktörer ska beredas möjlighet att arbeta proaktivt och strategiskt. En sådan uppsatt måste givetvis stödjas av departement och myndigheter, men i första hand bör dessa utveckla sin beställarkompetens så att en mångfald av aktörer kan involveras.

Vår övertygelse är att det krävs ett samordnat, kontinuerligt, långsiktigt forsknings- och utvecklingsarbete där kursplanernas mål och innehåll grundas i forskning och beprövad erfarenhet samt förankras i så hög grad som är möjligt hos alla berörda. Diskussioner kring läro- och kursplaner måste föras proaktivt och fortlöpande av alla relevanta aktörer, inte som nu endast reaktivt i form av tidsmässigt starkt begränsade remissrundor, där knappast någon instans haft möjlighet att djupare granska materialet och än mindre delta i dess utformning.

Processen för att ta fram en kursplan behöver permanenta resurser i form av tid, kompetens och forskningsunderlag. Kursplaneutveckling bör bedrivas kontinuerligt så att det reaktiva arbetssättet vänds mot ett proaktivt och strategiskt. Alla aktörer – politiker, forskare, lärare och branschrepresentanter – måste ta ett självklart ansvar och vara medvetna om kursplanernas långsiktiga betydelse. Kursplaneinnehållet bör vara väl anpassat både i omfattning och mot alla tilltänkta elevgrupper. Även yrkesprogrammen och vuxenutbildningens speciella villkor måste tillgodoses. Kursplanerna skall utvecklas i ett helhetsperspektiv från förskola till högskola och en successiv modernisering skall göras i takt med

samhällsutvecklingen både nationellt och internationellt. Realistiska förändringar skall göras med en väl genomtänkt process för implementering i form av bland annat kompetensutveckling av lärare. Utvärderingssystem, som nationella prov, måste samordnas med kursplanearbetet i övrigt och speciellt kritiska moment och övergångar ges särskild uppmärksamhet och stöd.

Några självklara aktörer är matematikdidaktiker, pedagoger, matematiker, matematiklärare, matematik(didaktik)lärare vid lärarutbildningen, lärare vid högskolans matematikintensiva utbildningar och representanter för näringslivets olika branscher. Den naturliga hemvisten för forskargrupper som studerar kursplanefrågor utifrån svensk horisont måste vara universitetens institutioner med uppdrag inom lärarutbildning, där forskare finns med kompetens inom matematikdidaktisk forskning och inom forskning om läroplaner och kursplaner. Forskarna måste själva välja att prioritera detta område och externa finansiärer välja att stödja just forskning inom detta område.

Genomförbarhet, dokumentation och utvärdering av kursplaneförändringar måste vara en självklarhet, liksom kontinuitet i arbetet och utvecklandet av internationella nätverk för att ta del av den rika internationella forskningen på området.

Vi instämmer i matematikdelegationens beskrivning under deras fjärde huvudförslag:

Det underlag delegationen har tagit del av visar att forsknings och utvecklingsresurser behövs för att permanent och långsiktigt följa upp, utvärdera och föreslå förändringar i svenska kursplaner i matematik. Det krävs höjd beredskap för förändringar initierade av politiker och professionella och för att få en helhetsbild av matematik som ämne för utbildning från förskola till högskola. Arbetet bör kopplas med förslag på utveckling av nationell utvärdering samt förslag till insatser för kompetensutveckling av lärare med anledning av kursplaneförändringar och utvärderingsutveckling.

Underskrivet av IKUM:s medlemmar som ställer sig bakom texten.

*Per Berggren*

*Christer Bergsten*

*Gerd Brandell*

*Anette Jahnke*

*Thomas Lingefjärd*

*Leif Maerker*

*Lars Mouwitz*

*Peter Nyström*

*Gunilla Olofsson*

*Hans Thunberg*

*Ulla Öberg*

## Om IKUMs bilaga till gymnasieutredningen

IKUM, Idégruppen för kursplaneutveckling i matematik, är en fristående grupp som bildades vid ett möte på NCM i Göteborg i augusti 2005. Gruppen har en stor kontaktyta inom svensk matematikutbildning och inrymmer ett brett spektrum av erfarenheter. Mer om IKUM och dess aktiviteter finns att läsa på hemsidan [www.ikum.se](http://www.ikum.se)

### ***Mål utan grunder* – IKUMs bilaga till Gymnasieutredningen**

Gymnasieutredningen<sup>35</sup> bjöd under sitt arbete in olika aktörer, däribland IKUM, för samtal. IKUM förde på ett tidigt stadium fram kritik mot det sätt på vilket reform- och utvecklingsarbete av svensk skola bedrivs. IKUM fick ett uppdrag från Gymnasieutredningen att skriva en bilaga rörande dessa frågor. Bilagan som kom att få titeln *Mål utan grunder*, publiceras även i detta nummer av medlemsbladet. Texten är utarbetad av Gerd Brandell, Anette Jahnke och Lars Mouwitz på uppdrag av och med bidrag från IKUMs övriga medlemmar.

### **Vi behöver en bred diskussion om mål och innehåll i gymnasimatematiken**

Gymnasieutredningens förslag är nu ute på remiss och efter beslut i riksdagen kommer Skolverket att få i uppdrag att utveckla kursplanerna. I förslaget blir kurserna anpassade till programmen. Det betyder att yrkesprogrammen inte längre ska läsa samma kurs som de högskoleförberedande programmen. Olika yrkesprogram skulle dessutom kunna få olika kurser. De högskoleförberedande programmen behöver inte heller läsa kurser ur samma kurshierarki. I IKUMs text finns vissa viktiga principiella frågor om elevanpassning och realism i omfånget som ger ramar för vad som är möjligt i en ny kursplan. Dessa principer behöver diskuteras vidare. Men andra viktiga frågor att diskutera blir bland annat följande:

Vilket övergripande mål har den största tyngden? Är det nyttan eller bildningsaspekten som ska styra? Vilken nytta handlar det om? Gäller det framförallt medborgarens möjlighet till deltagande i samhällslivet och förmågan att möta krav i privatlivet eller i framförallt behovet av matematisk kompetens och kunskaper i kommande yrkesliv och studier? Vilken betydelse ger man bildning i detta sammanhang? Handlar det om den personliga mognaden, det kritiska tän-

---

<sup>35</sup> <http://www.sou.gov.se/gymnasieutr/>

kandet eller förståelsen av matematiken i ett samhälleligt och historiskt perspektiv? Förmodligen får frågorna olika svar för olika program. Dessa frågor är grundläggande. Utan svar på dem – om än provisoriska och preliminära – kan man inte avgöra frågor om innehåll och mål för olika gymnasieprogram.

Enligt gymnasieutredningen ska alla kurser sikta klart högre än grundskolans kurser. Samtidigt vet vi att dagens Matematik A - som i hög grad innebär repetition av grundskolans kurs – inte fungerar på flera av yrkesprogrammen. En fråga blir då hur man med bättre anknytning till tillämpningar inom programmets andra ämnen och ett matematikinnehåll som passar elevernas intresse kan forma kurser som eleverna klarar av och som ger dem de kunskaper som behövs i andra ämnen och i ett kommande yrkesliv.

För samhällsvetarna öppnar sig möjligheter att designa bättre kurser utifrån deras behov av matematik. Mer statistik och mer om förändring och tillväxt på ett sätt som är avpassat för dessa elevers intressen. Mer av tekniska hjälpmedel kan lyfta innehållet. Samtidigt är frågan vilket innehåll den tredje kursen ska ha. Ska den vara densamma som för ekonomprogrammet? Den bör i så fall framförallt inriktas på ekonomernas tillämpningar.

För naturvetare och tekniker gäller det att ta tillvara de goda erfarenheterna från kurserna diskret matematik och matematik breddning så att inte den modernisering som särskilt den diskreta matematiken innebär går förlorade när dessa valbara nationella alternativ försvinner. Frågan om den grundläggande algebraiska förmågan och de tekniska hjälpmedlens roll måste få en bättre lösning än idag.

En viktig grupp som inte framträder tydligt i förslaget är blivande sjuksköterskor. Frågan är om de ska kunna komma från programmet för vård och omsorg? De blivande sjuksköterskorna behöver en bra grund i matematik från gymnasiet. Frågan är om de har den bästa nyttan av samma kurs som blivande samhällsvetare. Den kurs matematik 2 som bör erbjudas på programmet för vård och omsorg måste avpassas med tanke på denna stora grupp, samtidigt som man kanske ska räkna med att det i första hand är från samhällsprogrammet man kommer att rekrytera till sjuksköterskeutbildningen.

Min förhoppning är att SMDFs medlemmar kommer att bidra till diskussionen om matematiken i det nya gymnasiet i alla sammanhang där det är möjligt.

*/ Gerd Brandell*

# Norma08

## Reflektioner från en förstagångsdeltagare

Jag sitter på tåget hem till Göteborg efter fem dagars konferens i Köpenhamn. Det var första gången jag deltog i och höll en presentation på en större internationell konferens. Huvudet är nu fullt av intryck och jag vill här delge er några av mina reflektioner. En aktuell frågeställning som diskuterades var relationen mellan forskning och praktik. Mina tankar kretsar sedan kring tre saker: Språkblandning, Förväntningar och ”Vad är egentligen matematik?”

Men först några ord om konferensen Norma08, *The Fifth Nordic Conference on Research in Mathematics Education*, Köpenhamn 21-25 april.

Konferensen samlade runt 90 forskare främst från de nordiska och baltiska länderna, men också från så vitt skilda platser som Frankrike, England, Belgien, Sydafrika, Holland och Hong Kong. Innehållsmässigt organiserades konferensen runt fyra teman:

- Theme A: Didactical design in mathematics education
- Theme B: Education and identity of mathematics teachers
- Theme C: Technology in mathematics education
- Theme D: Mathematics for all: why? what? when?

Varje tema inleddes med en plenarföreläsning som följdes av presentationer i fyra parallella sessioner. På programmet fanns också tid för temagrupperdiskussioner, workshop och en hel eftermiddag med korta presentationer. Sammanlagt 27 ”regular papers” och 22 ”short communications”.

### Forskning och praktik

Jeppe Skott inledde konferensen måndag kväll med en plenarföreläsning inom tema B. Föreläsningen behandlade frågan om lärarens praktik i förhållande till forskning och teorier. Vi har redan slagit fast, menade Skott, att lärares utbildning och egen kunskap spelar roll för elevers lärande. Vi har också visat att innehållet i undervisningen spelar roll. Men hur är det med lärarens praktik, lärarens förmåga till ”knowing in action”? Skott uppmanade till forskning och empi-

risk evidens som säger oss någonting om på vilket sätt lärarens praktik i klassrummet samverkar med elevers lärande. För att komma åt detta är det viktigt att vi inte ser forskningen som något forskaren gör på ett teoretiskt plan och sedan implementerar i klassrummen utan som en dynamisk process där praktiken i klassrummen finns med hela tiden, och där denna process även inkluderar lärarutbildningen. En viss diskussion uppstod kring bilden av Pasteurs kvadrant, där Skott menade att matematikdidaktisk forskning borde hamna i kvadranten med höga värden både i dimensionen 'grundforskning' och dimensionen 'tillämpad forskning' (jämför Stokes' arbete från 1997). Eva Jablonka ifrågasatte om denna uppdelning i grundforskning och tillämpad forskning alls är möjlig att överföra från det naturvetenskapliga fältet till det humanistiska, dit matematikdidaktik hör.

Även Michèle Artigue, som höll sin plenarföreläsning inom tema A, problematiserade förhållandet mellan forskning och praktik. Detta förhållande, hävdade Artigue, är inte under teoretisk kontroll om forskning och praktik är åtskilda. Teoretisk förankring är däremot "didactical engineering" som forskningsredskap för att utforska "forms of life which cannot be observed in standard contexts". En slutsats jag själv drar av båda dessa föreläsningar är att man idag belyser vikten av att involvera praktiserande lärare i forskningen, göra praktiken till en viktig del av forskningen snarare än bara ett forskningsobjekt. Ett sätt att göra det är att det är lärarna själva som forskar.

Den finske Pavel Schmakov är en forskande lärare vars forskning sker i praktiken och har stora inslag av didaktisk design. Jag lyssnade på hans "short communication": "How to increase the motivation of ordinary pupils in studying tedious mathematics". Här ställer han frågor om vad det är som inverkar på elevers motivation och hur problem kan formuleras för att öka elevers motivation. Det är inte lätt att bedöma nivån av grundforskning respektive tillämpad forskning i hans studier, varför jag är benägen att hålla med Jablonka om att analogin inte är användbar. Kanske skulle vi istället tala om forskningens relevans för respektive förankring i praktiken som två dimensioner där vi eftersträvar höga värden samtidigt.

## **Språkblandning**

Språket är vårt viktigaste redskap för att föra fram, reagera på, ifrågasätta, klargöra och diskutera vår forskning för att därmed öka den gemensamma kunskapen inom vårt fält. För att kunna samla människor från vitt skilda språkområden behöver man därför enas om ett gemensamt språk, vilket idag självklart är eng-



elska. Vikten av att kunna uttrycka sig väl på engelska blir uppenbar vid en sådan här konferens. En bild av forskningen kommer fram i det formella formatet som presentationer och föreläsningar ger ramar för, medan en helt annat uppstår då man vid lunchbordet deltar i en intensiv diskussion där tre, fyra språk blandas och ivern att få sagt det man vill säga påverkar alla att anstränga sig att förstå grannländernas språk. Det går ofta förvånansvärt bra! Det är både härligt och intressant att blanda språken, men samtidigt oerhört tröttande.

## **Förväntningar**

Jag frågar mig själv nu när konferensen är slut om mina förväntningar blivit uppfyllda. Om man, som jag, är ny inom den här världen och inte van vid konferenser så vet man inte riktigt vilka förväntningar som är rimliga att ha. När jag sett mig omkring på konferensen har jag slagits av vilka olika förväntningar vi som kommit dit måste ha haft. Det kan inte vara möjligt för en konferens att uppfylla allas förväntningar, eller kan det? Bland deltagarna på Normakonferensen har jag lagt märke till olika typer:

- Vi har den internationellt etablerade forskaren från ett land utanför Norden som inbjudits till konferensen för att hålla en plenarföreläsning och som inte delar något av de övriga deltagarnas språk. Vad förväntar sig en sådan deltagare av konferensen?
- Vi har den helt gröna doktoranden som för första gången tagit mod till sig att delta i en internationell konferens och hålla en ”short presentation”, i hopp om att bli bejakad, sedd, uppmuntrad att fortsätta forska och kanske etablera kontakt med någon som är intresserad av samma forskningsområde. För en sådan deltagare är det förödande om det inte kommer någon och lyssnar på presentationen som förberetts minutiöst.
- Vi har den vana ”konferens-räven” som glatt möter gamla kompisar som man brukar umgås med på konferenser, som går runt och myser och trivs och kanske presenterar något mest för den goda sakens skull. En sådan deltagare hoppar kanske över en hel del av programpunkterna, särskilt de nya deltagarnas presentationer, och sitter istället i lobbyn och pratar med varandra och sköter sin e-post. Är det detta som kallas nätverkande? Jag undrar vad en sådan deltagare förväntar sig. Är det att kunna inlemma nya deltagare i sina nätverk? Eller att lura ut vilka som är de nya trenderna i matematikdidaktiska forskning? Eller att helt enkelt bara träffa sina vänner?

- Vi har den ambitiösa nydisputerade forskaren som vet att möjligheterna för att få ett jobb eller hitta ett intressant forskningsprojekt för fortsatt forskning kanske ligger i de kontakter man kan etablera på konferensen. Ett sätt att visa upp sig är att presentera bra och intressant forskning. För en sådan deltagare är det avgörande att övriga forskare inom närliggande områden kommer och lyssnar på ens presentation.
- Vi har den etablerade forskaren som är genuint intresserad av sitt område och som hoppas möta andra med samma intresse att verkligen diskutera sin forskning med.
- Vi har doktoranden som följer med sin handledare till konferensen, och som därmed får inträde i handledarens nätverk, och som utnyttjar tiden även till handledning.
- Vi har den som kommer med höga förväntningar både på att få lära sig nya saker, få delta i intressanta diskussioner, få kommentarer och reaktioner på sin presentation och få chans att skapa nya kontakter i ett nätverk av forskare med gemensamma intressen.

De olika typerna som beskrivits är överlappande och samma person kan säkert känna igen sig i flera typer. Den fråga jag ställer mig är: har vi alla fått våra förväntningar uppfyllda? Har vi alla fått våra förväntningar uppfyllda? Vilka förväntningar är egentligen rimliga att ha? Det har varit en konferens med ett ambitiöst program. Det känns roligt att se ett så starkt engagemang från organisatörer och programkommitté och att få se att det finns en så stor bredd på den matematikdidaktiska forskningen i Norden. Organisationen av temana var sådan att de forskare som var intresserade av närliggande områden fick svårt att etablera kontakt och delta på varandras presentationer på grund av att de ofta var schemalagda parallellt. Själv hade jag inte möjlighet att gå på några av de presentationer som mest intresserade mig. I gengäld gick jag på ett stort antal presentationer jag annars inte skulle ha valt, vilket gav mig en bredd snarare än ett djup vad det gäller input. Nackdelen med detta är att diskussionen ofta hamnar på en ganska ytlig nivå. Jag uppskattade dock de diskussioner som var och deltog själv efter bästa förmåga. En förväntan jag haft som varit lite för högt ställd var förväntan på de mer seniora forskarna att ta ansvar för att stötta och inlemma de nyare forskarna i ”the Nordic Research Community”. Närvaron på de korta presentationerna var ganska skral, där förkom till och med presentationer utan publik. Är intresset lågt eller kan något göras åt schemat för att öka deltagandet och engagemanget?

## Vad är matematik?

Så var det då innehållet i konferensen. Bland allt intressant jag hört och diskuterat saknar jag ibland själva matematiken. De fyra temana täckte in frågor om läraridentitet och lärarpraktik, om utbildning, om didaktisk design, om teknologi i undervisningen och om livslångt lärande. Vissa av dessa frågor är lika relevanta för alla skolämnen och för all verksamhet i skolan och inte specifika för matematikundervisningen. Allteftersom veckan fortskred återkom vi gång på gång till frågan ”*Vad är matematik?*” – Menar vi samma sak när vi talar om matematik? Jag tyckte mig skönja några olika kategorier av svar på denna fråga i de diskussioner som fördes. Där fanns kommentarer som antydde att matematik var något annat än räkning, vilket skulle kunna innebära att matematik är liktydigt med den högre matematiken och kanske inte möjlig för alla att lära sig. En annan syn är att räkning är en viktig del av matematiken, vilket innebär att ”matematik för alla” blir en självklarhet. En syn föreföll också vara att satsningen på ”matematik för alla” misslyckas om inte alla blir matematiker. (Är då ”svenska för alla” misslyckat om inte alla blir författare?) Ytterligare en syn som fördes fram var att matematik är något stadigt och fast som helst ska läras ”på det gamla hederliga viset med papper och penna” innan man blandar in för mycket teknologi, en syn som ställdes mot att matematik är något organiskt som växer och förändras hela tiden och i samspel med de verktyg som används för att skapa och återskapa den. Helt klart finns det underlag för fler diskussioner på detta tema, liksom kring frågan som den formulerades i den avslutande paneldiskussionen: ”What is your epistemology of mathematics?” Frågor om huruvida kunskaper i matematik medför makt, om ICT i relation till matematik, om matematiklärares identitetsskapande och om vilka frågor som är intressanta för framtida matematikdidaktisk forskning är alla avhängiga av att vi vet vad vi menar med matematik. Här fick jag en hel del att tänka på, kanske att just den diskussionen kommer att vara mitt mest bestående intryck från Norma08.

Om tre år får vi chans att samlas igen och fortsätta diskussionerna och det vetenskapliga utbytet; nästa Norma-konferens kommer att hållas på Island i juni 2011! Då kommer jag förhoppningsvis att vara en av de nydisputerade forskarna och jag kommer säkerligen att ha helt andra förväntningar på konferensen än jag hade i år. Det jag just nu hoppas på är att forskning kring undervisning i relation till specifika matematikinnehåll blir ett tema som tas upp, liksom att diskussionen om matematikens epistemologi kan få fortsätta.

*/ Cecilia Kilhamn*

## *Madif 6*

### **Perspectives on mathematical knowledge**

Det sjätte matematikdidaktiska forskningsseminariet ägde precis som tidigare rum i anslutning till Matematikbiennalen i Stockholm i slutet av januari 2008, i den tidigare Lärarhögskolans men numera Campus Konradsbergs vid Stockholms Universitets lokaler. Programmet bestod dels av två föreläsningar i plenum av Eva Jablonka och Rosamund Sutherland, dels presentationer av 10 längre artiklar, samt slutligen 9 stycken kortare presentationer. Vid presentationerna av de längre artiklarna så deltog förutom åhörarna även en diskutant som hade förberett inledande frågor för diskussionen och en ordförande som ledde sessionen. Madif 6 avslutades med en pannediskussion runt konferensens tema: *Perspectives on Mathematical Knowledge*.

Programmet uppvisade en stor variation av forskning som framförallt var sprungen ur svenska förhållanden och blandade på ett intressant sätt nya forskare inom fältet matematikdidaktik med mer etablerade forskare. Ett 80-tal personer var anmälda och de flesta presentationerna fick tillräckligt med åhörare. Själv var jag ordförande för bland annat presentationen om det så kallade PIS - projektet som Tomas Bergqvist presenterade. PIS står för PIS – Podcasting In School och är ett sätt att kommunicera matematikfilmer till elever som har en Ipod man kan visa film på. Eleverna kan välja att ”prenumerera” på ipod inriktade utsändningar av matematikfilmer, det vill säga så kallad podcastings och Tomas Bergqvist visade ett antal exempel på hur sådana matematikfilmer kan tas sig ut. Ett intressant projekt som verkligen använder modern teknik fullt ut och som eventuellt avslöjade lite om framtidens möjligheter.

Jag deltog också i Cecilia Kilhamns redovisning av sin forskning om elevers tolkning och förståelse av minustecknets betydelse vid multiplikation av negativa tal när man använder metaforer för att förstärka förståelsen. En livlig diskussion efter Cecilias redovisning visade intresset för denna stötesten inom grundskolans matematikundervisning och flera deltagare vittnade också om att även gymnasieelever har betydande svårigheter med just negativa tal. Det faktum att vissa metaforer kanske förstör mer än de bygger upp när eleverna lär sig hantera multiplikation av negativa tal var måhända en överraskning för vissa av deltagarna. Ett annat intressant projekt som presenterade är det så kallade Cornea projektet där Hans Melén från Åsö Vuxengymnasium med flera andra presenterade ett nordiskt samarbetsprojekt: En bro mellan forskning och skolvärld för vuxnas matematiklärande.

Paneldiskussionen med Thomas Lingefjärd (Sverige) John Mason (England) Paola Valero (Danmark) och Anne Watson (England) var måhända inte så mycket en diskussion utan mer ett antal exemplifieringar av vad matematisk kunskap kan anses vara och hur den kan te sig ut i olika klassrum. Självt hade jag möjlighet att få visa en kort film från ett tyskt klassrum, där läraren fått en uppgift från ett känt svenskt läromedel via mig och hur han omvandlade den till en uppgift som han ansåg passade hans klass. Filmen visade hur eleverna därefter hanterade uppgiften, hur de konstruerade egna uppgifter och hur de löste andra elevers uppgifter. Det väckte frågan om lärares centrala betydelse för att konstruera lärande miljöer i matematik.

Detta var naturligtvis bara ett högst personligt utformat axplock av alla de intressanta presentationer som gick att ta del av under Madif 6. Konferensens hemsida går fortfarande att hitta från SMDFs hemsida på adress [www.matematikdidaktik.org](http://www.matematikdidaktik.org) under *konferenser* och för närvarande pågår redigeringen av den bok som kommer att bli resultatet av Madif 6 konferensen.

*/ Thomas Lingefjärd*

## E-postadresser till medverkande i *Medlemsblad* nr 15

Christer Bergsten, Linköpings universitet	chber@mai.liu.se
Gerd Brandell, Lunds universitet	gerd.brandell@math.lth.se
Johan Häggström, NCM	johan.haggstrom@ncm.gu.se
Cecilia Kilhamn, Göteborgs universitet	cecilia.kilhamn@ped.gu.se
Thomas Lingefjärd, Göteborgs universitet	thomas.lingefjard@ped.gu.se
Kerstin Pettersson, Högskolan i Skövde	kerstin.pettersson@his.se
Eva Riesbeck, Linköping universitet	evari@iuu.liu.se
Tine Wedege, Malmö högskola	tine.wedege@mah.se

### Telefoner och e-postadresser till funktionärerna i SMDF:s styrelse 2008

Ordförande	Christer Bergsten	013-282984	chber@mai.liu.se
Vice ordförande	Tine Wedege	040-6658171	tine.wedege@mah.se
Kassör	Thomas Lingefjärd	031-7732253	thomas.lingefjard@ped.gu.se
Sekreterare	Peter Nyström	090-7869949	peter.nystrom@edmeas.umu.se
Webbmaster	Monica Johansson	0920-492557	monica.johansson@ltu.se

Redaktör för *Medlemsblad* nr 15 har varit *Tine Wedege*