

Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2011–10–19 kl 8.00–12.00

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar mm finns att hämta på kurshemsidan efter duggans slut. Resultat meddelas via e-brev.

- (a) Lös ekvationen $3x + \sqrt{5 - 12x} = 2$. (2 p)

(b) Beräkna $\sum_{k=-2}^{313} 3^{-k}$. (1 p)
- (a) Vilka x uppfyller sambandet $\ln(x + 3) - \ln(x + 4) = \ln(x + 1)$? (2 p)

(b) Bestäm \bar{z} om $z = e^{i\frac{\pi}{3}} + \frac{1}{3 - i}$. Svara på formen $\bar{z} = a + ib$, $a, b \in \mathbf{R}$. (1 p)
- (a) För vilka x gäller det att $\cos 9x \cos 2x = \cos 4x \cos 7x$? (2 p)

(b) Beräkna $\cos \alpha$ om $\alpha = \arctan 5$. (1 p)
- (a) Lös olikheten $\frac{4^x + 2^x - 5}{2^x - 4} > 1$. (2 p)

(b) Lös ekvationen $e^{t+\ln 6} + 1 = e^{-t}$. (1 p)
5. Finn alla komplexa lösningar till ekvationen $(z + i - 2)^4 = 8i\sqrt{3} - 8$.
Ange eventuella lösningar på formen $z = a + ib$, $a, b \in \mathbf{R}$.
6. Bestäm definitionsmängden och (om möjligt) inversen till $f(x) = \sqrt{\ln\left(\frac{x-3}{x-1}\right)} - 1$.
7. Finn alla reella lösningar till ekvationssystemet $\begin{cases} x^{10} \cos 10y + 2\sqrt{2}x^5 \cos 5y + 3 = 0 \\ x^{10} \sin 10y + 2\sqrt{2}x^5 \sin 5y + \sqrt{3} = 0 \end{cases}$.