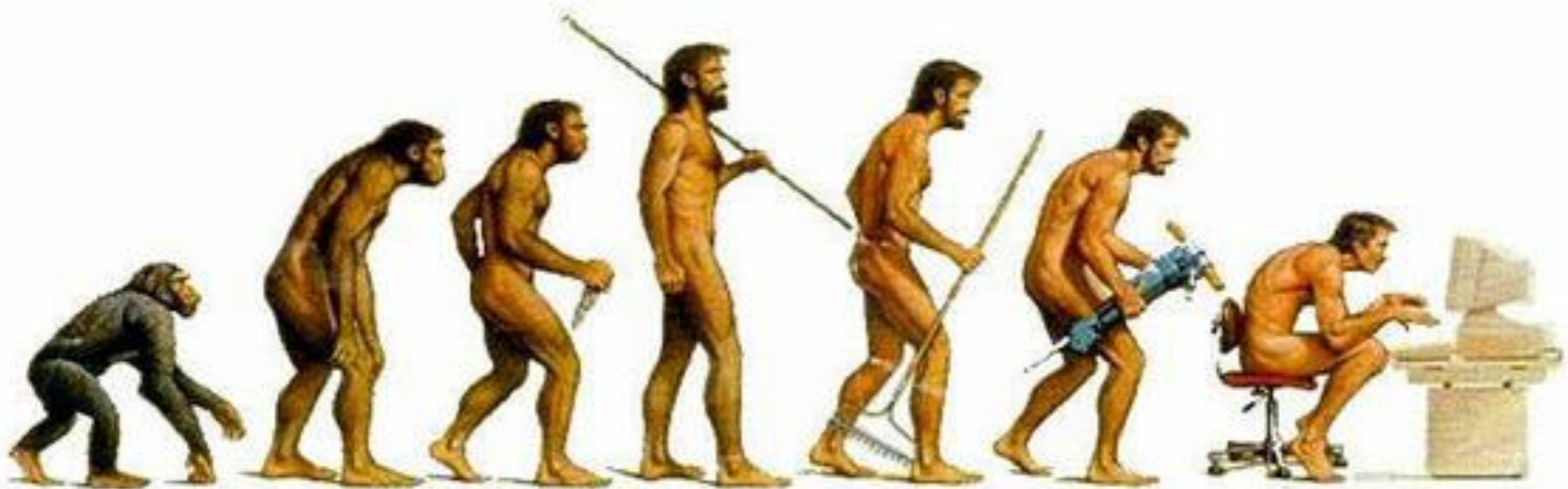
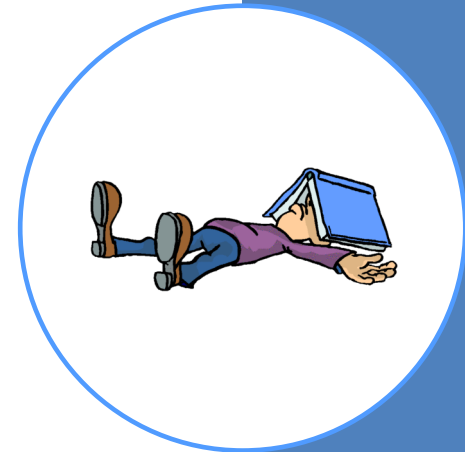




Matematikens historia:
överblick
Vladimir Tkatjev

Undervisning

- **MRE1 Muntlig redovisning:** Matematikens historia, 1 hp (U-G).
- Arbetet ska redovisas muntligt på ett redovisningstillfälle samt skriftlig i form av PM (**sammanfattning, minneslista**).
- Välj ett område inom matematikens historia du vill fördjupa dig i (förslag ges under kursens gång).
- I grupper om 2 görs en muntlig framställning (10 minuter), med tekniska hjälpmedel via Teams ("dela upp skärmen")



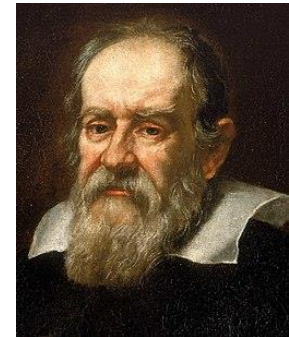
Matematik är ...

Matematik av grekiska μάθημα (*máthēma*), eller vetenskap, men inte naturvetenskap utan *abstraktvetenskap*



Matematik oavsett dess vetenskapliga går att se som ett *språk* för att enkelt mer koncentrerat beskriva samband

Matematik är språket Gud skrev universum med.
Galileo Galilei



Matematikerns mönster, som konstnärens eller poetens, måste vara *vackra*; idéerna, likt färgerna eller orden, måste bindas på ett *harmoniskt sätt*.

Skönhet är det första testet: det finns ingen permanent plats i den här världen för ful matematik.

G.H. Hardy



Matematik

Matematik (som även litteratur) är ett kumulativt ämne



Om det matematiska vetandet ses som ett klot som tillväxer, så följer att detta vetande för allt större kontaktyta med det okända.

vs Fysik

Fysik (som andra NV ämnen):
ändras kontinuerligt:

- ❑ Myter om Zeus
- ❑ Aristoteles metafysik
- ❑ Naturfilosofi
- ❑ Newtons determinism
- ❑ Einsteins relativism
- ❑ Kvantfysik och dualism
- ❑ Standardmodellen
- ❑ En teori om allt ?...

Matematik vs Fysik (som ämne)

Matematik 1,2

- ❖ 2000-500 f.Kr. (ännu tidigare?)

Matematik 3,4,5

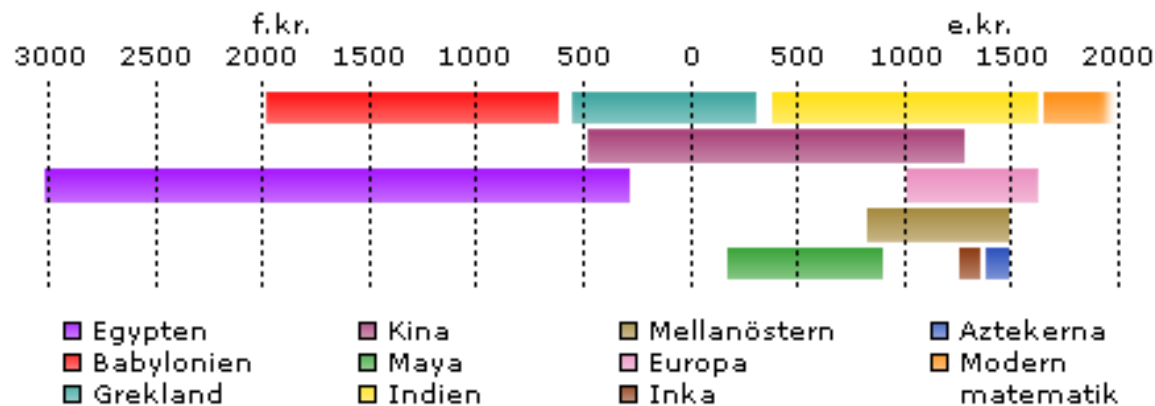
- ❖ Geometri: antik
- ❖ Trigonometri: 1300-talet
- ❖ Algebra: 1500-talet
- ❖ Logaritmer: 1600-talet
- ❖ Kalkulen: 1600-talet
- ❖ Komplexa tal: 1700-talet

Fysik 1,2:

Inget från tidigare än 1600-talet

- ❖ Ljusets vågnatur: 1600-talet
- ❖ Mekanik: 1600-talet
- ❖ Energiprincip: 1700-talet
- ❖ Elektricitet: 1800-talet
- ❖ Termodynamik: 1800-talet
- ❖ Relativitet: 1900-talet
- ❖ Kärnfysik: 1920-talet

Matematik genom tiderna



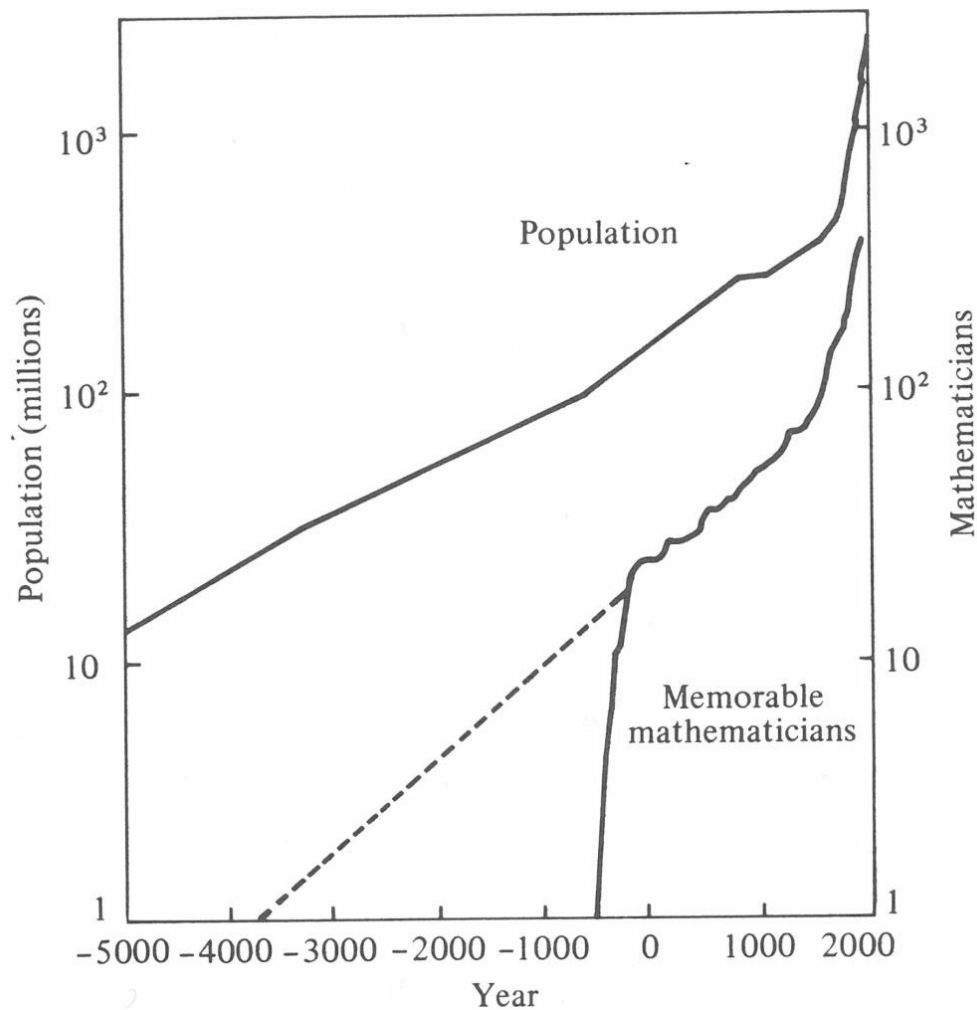
Från <https://sites.google.com/a/tabyenskilda.se/martin-carlsson/tidsaxel>

Matematik genom tiderna

- -30000 Mährens skåror, första talsystem
- -3000 Sexogesimalsystemet i Mesopotamien
- -2200 Matematiska tabeller på kilskriftstavor i Nippur.
- -1650 Rhindpapyrusen. Numeriska problem.
- -600 Thales, den deduktiva geometriens begynnelse,
- -540 Pythagoras, geometri, aritmetik.
- -380 Platon.
- -340 Aristoteles.
- -300 Euklides, systematisering av den deduktiva geometrin.
- -225 Apollonios, kägelsnitten.
- -225 Archimedes, cirkeln och sfären, oändliga serier.
- 150 Ptolemaios, trigonometri, planetrörelser.
- 250 Diofantos, talteori.
- 300 Pappos, dubbelförhållandet.
- 820 al Khwarizmi, algebra.
- 1200 Fibonacci, aritmetik, algebra, geometri.
- ...

Matematik genom tiderna

Världens populationen
vs antal signifikanta
matematiker
(enligt H. Reznikoff, R.
Wells, Mathematics in
civilization)



Matematikens ursprung

- **Tal, räkning, beräkning:**
gav ursprung till analys och algebra



- **Geometriska former och universum:**
gav ursprung till geometri och topologi (samt astronomi och naturfilosofi)



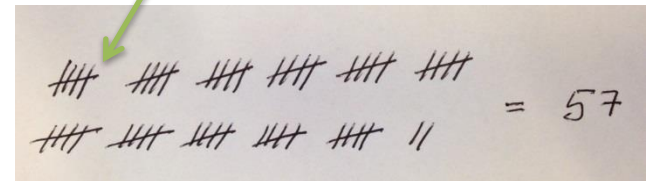
Tal som begrepp

Idé: ersätta befintliga eller relevanta föremål med standardiserade föremål:
stickor, sträckor, stenbitar, fingrarna, symboler... = *siffror*

Motsvarande begrepp i modern matematik: 1-1 korrespondens (bijektion)

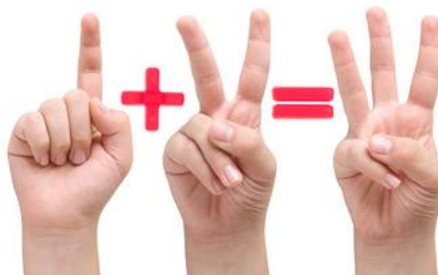
Skåra i Mähren (Tjeckien) (30 tusen år sedan)

'Siffra' = en streck, en sten, en finger



En viktig konsekvens av räkning:

man kan addera antal genom att sammanställa två motsvarande tal



Tal som begrepp

Matematik: kommunicera/lösa

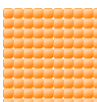
- Siffra
- Tal
- Beräkning
- Lösning/Slutsats

Språk: kommunicera/skriva

- Bokstav
- Ord
- Mening
- Meddelande

Bra att veta att...

- 100 (decimal)
- etthundra (svenska)
- 1100100_2 (binära)
- C (romerska)
- 10^2 (som potens)
- **Ἀριθμός** (gregiska)

- 百 (kinesiska)
- مائة (arabiska)
-  (egyptisk)
-  (maya)
-  (symboliska)
-  (metaforiska)

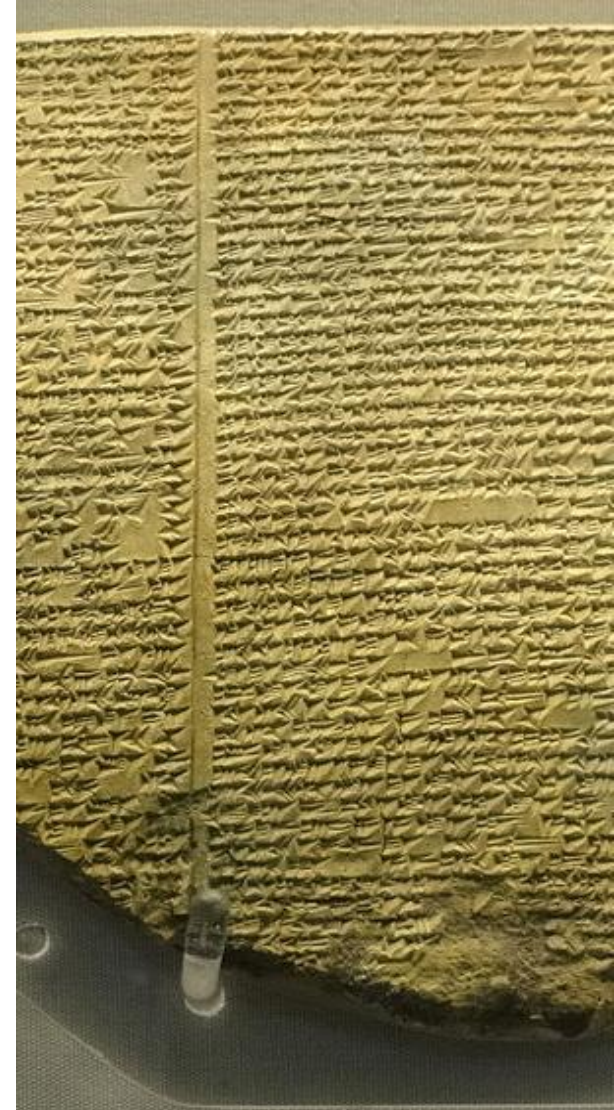
...bara olika namn på **ett tal**

Babylonien

- Skriften uppfann ca 3500 f.Kr i Mesopotamien
- Under 2500-talet f.Kr. utvecklades skriftspråket till kilskrift (symbolerna trycktes med en trekantig penna, stylus)

Matematik:

- Ett positionellt talsystem
- Sexagesimala talsystemet (jmf med minuter, sekunder i tideräkning)
- Multiplikationstabeller
- Area och volymräkningar
- Pythagoras sats (utan bevis)
- Egyptiska trianglar med stora naturliga tal som mått, t ex
$$4961^2 + 6480^2 = 8161^2$$
- Problemlösning (andragrads och tredjegradsekvationer)
- Praktiska tillämpningar (lantmäteri, astronomiska observationer osv)



Matematik i Babylonien

- Sexagesimala talsystemet: talen under 60 skrevs i ett decimalsystem

$$\begin{array}{lll}
 1 = \nabla & 4 = \begin{array}{c} \nabla \nabla \nabla \\ | \\ \nabla \end{array} & 20 = \langle \langle \\
 2 = \nabla \nabla & \dots & 21 = \langle \langle \nabla \\
 3 = \nabla \nabla \nabla & 10 = \langle &
 \end{array}$$

𐎶 1	𐎶𐎵 11	𐎶𐎵𐎶 21	𐎶𐎵𐎶𐎵 31	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 41	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 51
𐎶𐎶 2	𐎶𐎶𐎵 12	𐎶𐎶𐎶 22	𐎶𐎶𐎶𐎵 32	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 42	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 52
𐎶𐎶𐎶 3	𐎶𐎶𐎶𐎵 13	𐎶𐎶𐎶𐎶 23	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 33	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 43	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 53
𐎶𐎶𐎶𐎶 4	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 14	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 24	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 34	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 44	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 54
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 5	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 15	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 25	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 35	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 45	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 55
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 6	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 16	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 26	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 36	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 46	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 56
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 7	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 17	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 27	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 37	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 47	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 57
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 8	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 18	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 28	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 38	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 48	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 58
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 9	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 19	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 29	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 39	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 49	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 59
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 10	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 20	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 30	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 40	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 50	

Sedan grupperades tal i större enheter om 60

- Detta är ett **positionssystem** där siffrans värde bestäms av dess placering
- Exempel:

$$\text{Heltal: } 2 \ 12 = 2,12 = 2 \cdot 60 + 12 = 132$$

$$\text{Bråk: } 1; 24,51,10 = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = \frac{30547}{21600} = 1.414212962962$$



Matematik i Egypten

Egyptisk matematik ca 2000 f.Kr.

- I hieroglyfskrift skrevs tal med ett decimalt system, genom att man använde en symbol för ental, som upprepades tillräckligt många gånger (men upp till nio), sedan en symbol för tiotal, osv:

Sifferhieroglyfer:

1 = I

10 =  åsnehov

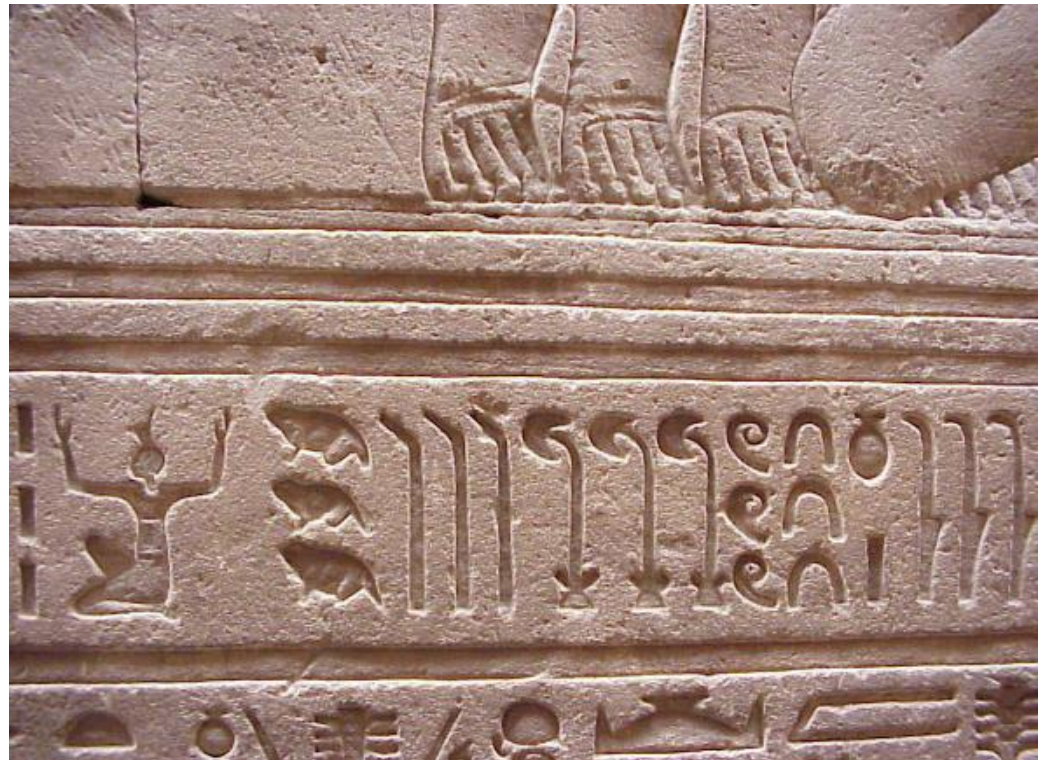
100 =  ulltott

1000 =  lotusblomma

10000 =  faraos stav

100000 =  grod(yngel)

Till exempel:    IIII = 2013



Matematik i grekland: Historisk översikt

Klassisk tid (ca
500 – 338 f.Kr.:
konst,
litteratur,
filosofi och
arkitektur)

- Matematiker:
 - Thales (geometri, astronomi, det matematiska beviset)
 - Pythagoras (musik, geometri, inkommensurabilitet)
- Filosofer: Sokrates, Platon, Aristoteles

Hellenistisk tid
(338 – ca 30
f.Kr.: Alexander
III den store)

- Euklides (*Elementa*)
- Arkimedes,
- Appolonios

Romersk tid (ca
30 f.Kr. – 395
e.Kr., romerska
riket)

- Ptolemaios
- Diofantos
- Pappos (*Greklands siste matematiker*)

Lärosätten i det antika Grekland

Skolorna under klassiska perioden:

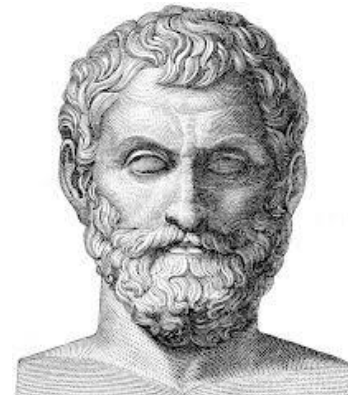
- Joniska skolan (Thales)
- Pythagoréerna (Pythagoras)
- Eleatiska skolan (Zenon)
- Eudoxos skola (Eudoxos)

Även

- Platonsk akademi, filosofi och naturvetenskap
- Mouseion, en forskningsinstitution i Alexandria



Thales (ca 624 – 548 f.Kr.)

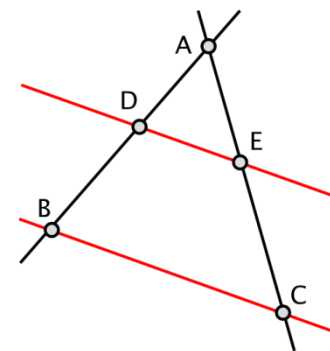
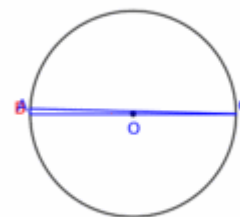
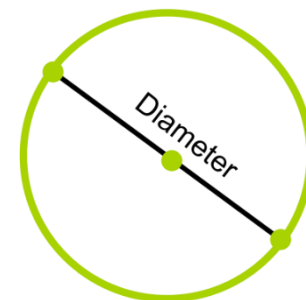
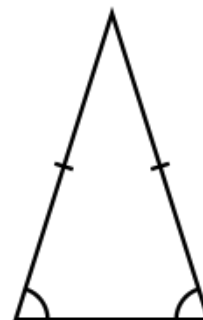


Verksam i Miletos (Mindre Asien västkust, Jonien)

- 'Den första vetenskapsmannen'
- Astronomi (förutsade en solförmörkelse 585 f.Kr.)
- Geometri: den deduktiva geometriens uppkomst

Några matematiska satser:

- En cirkel halveras av sin diameter
- Varje vinkel som inskriven i en halvcirkel är rät (randvinkelsatsen)
- Basvinklarna i en likbent triangel är lika stora
- Topptriangelsatsen (likformighet)



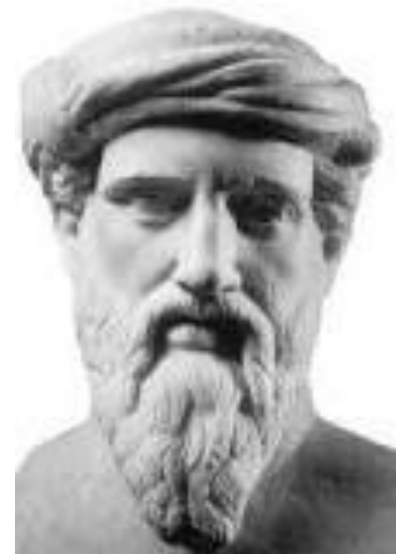
$$\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$$

Pythagoras (ca 572-497)

Verksam i Samos, Miletos, Egypten, Babylon.

Grundade pythagoreiska skolan: ett hemligt religiöst sällskap som utforskade musik, filosofi samt matematik (*arithmos*) med tal som grundläggande begrepp.

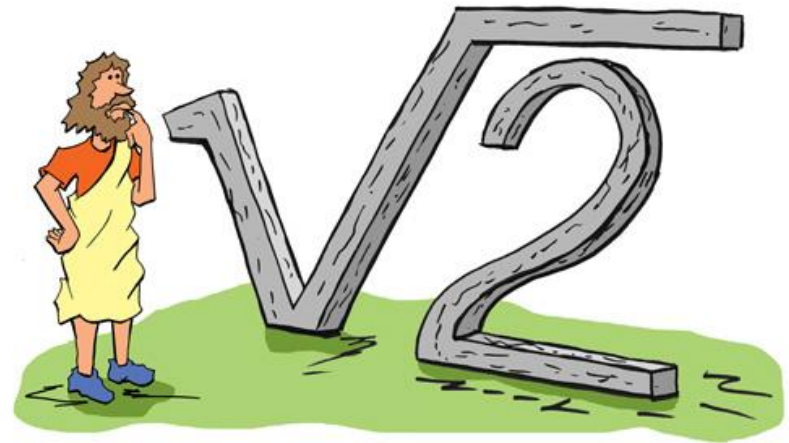
- Lärjungar kallades pythagoreerna.
- Deras valspråk var: ALLT ÄR TAL
- Talmystik: figurativa tal
- Perfekta och vänskapliga tal
- Gyllene snittet
- Pythagoras sats etc



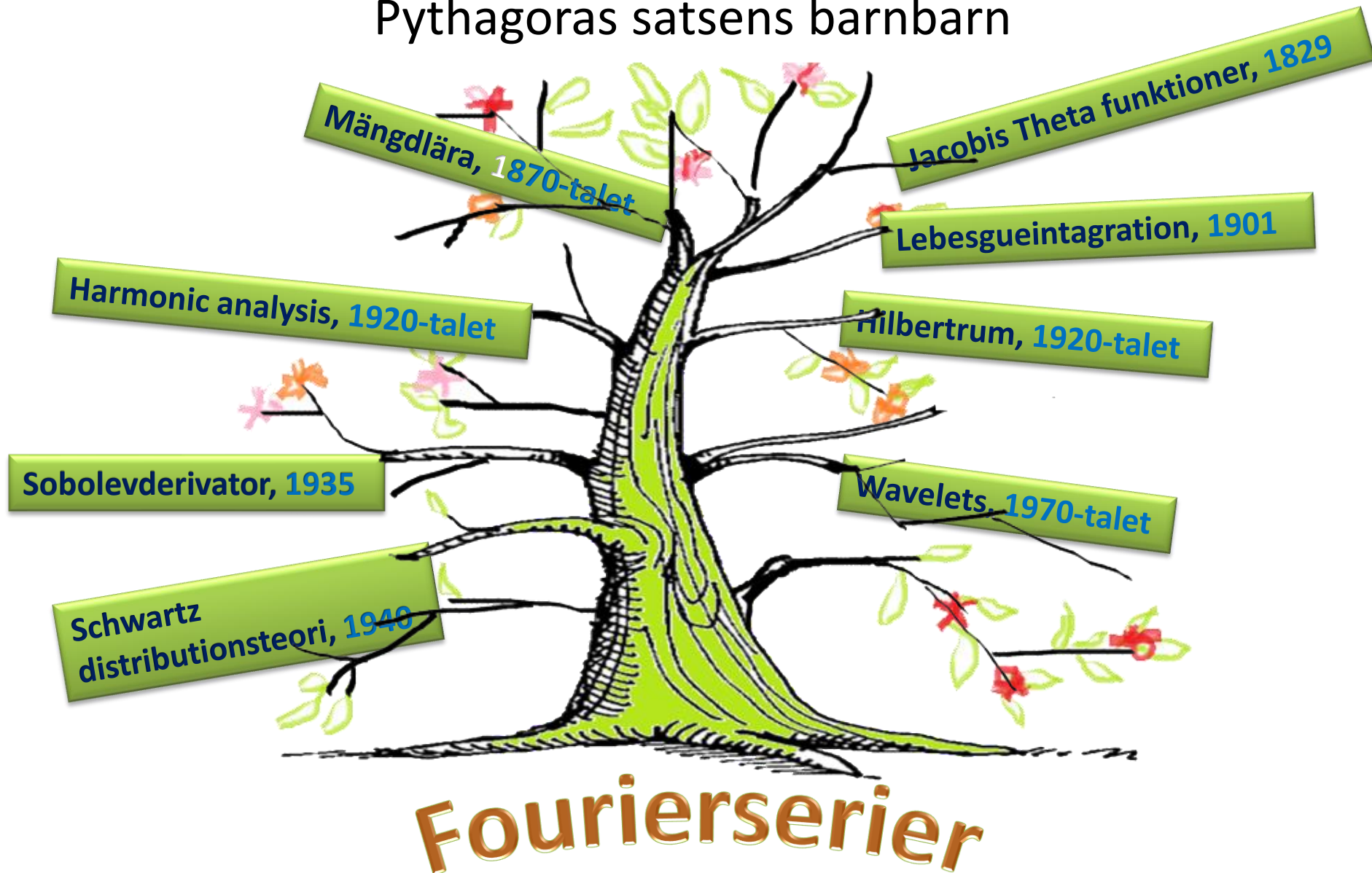
Inkommensurabilitet: krisen i taluppfatning

Hippasos, Pythagoras lärjunge, påvisade att $\sqrt{2}$ *inte* kan skrivas som ett bråk.

En myt säger att Pythagoras under en sjöresa fått Hippasos kastad överbord för att drunkna på grund av att detta bevis.

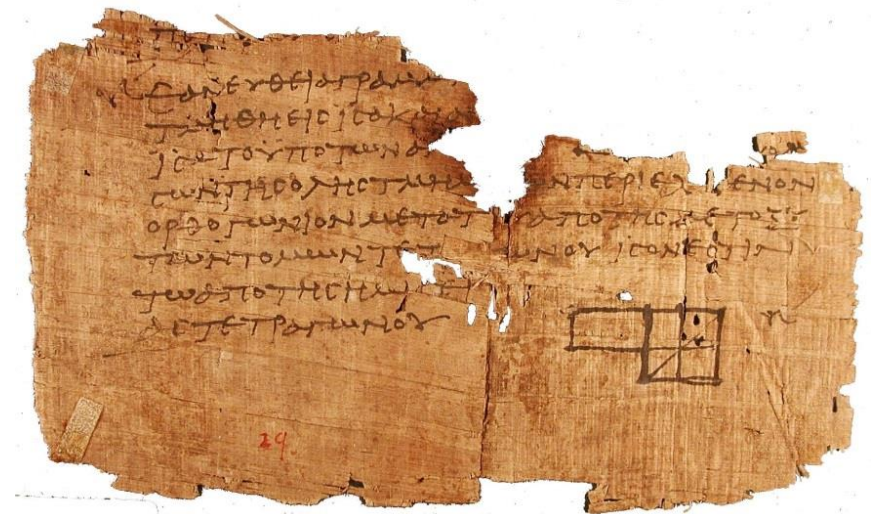
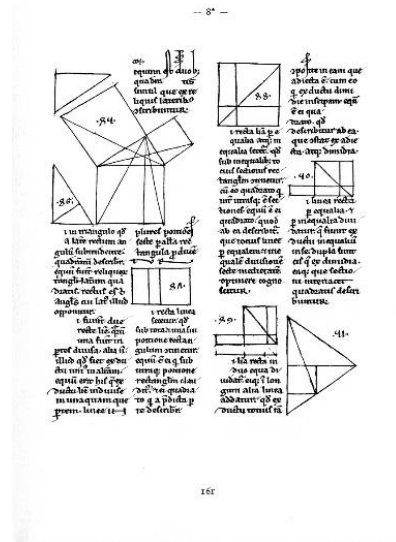


Pythagoras satsens barnbarn



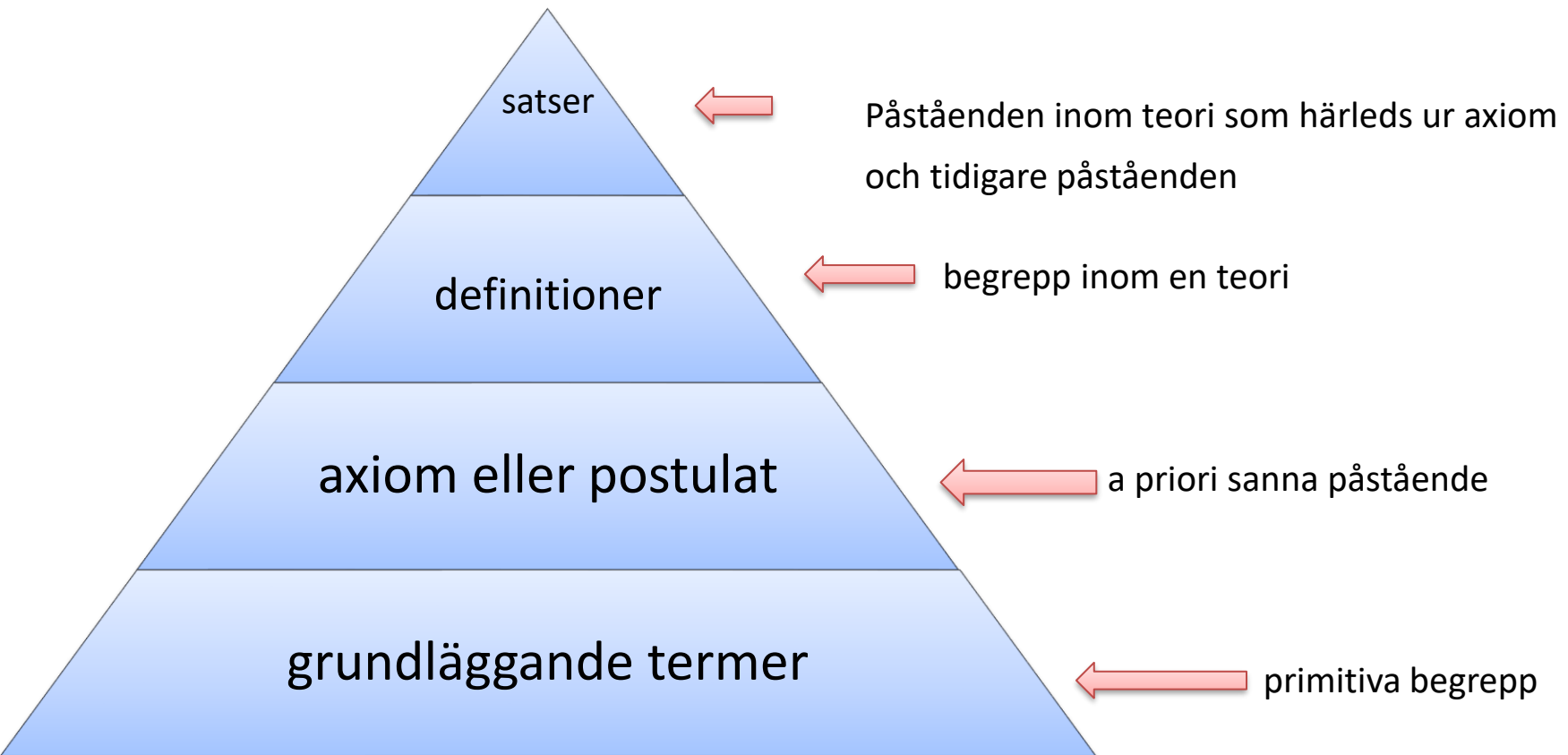
Euklides (ca 300 f.Kr.)

- Verksam vid lärdominstitutionen Museion i Alexandria
- Sammanställde Elementa (STOIHEA): matematik som en deduktiv vetenskap



Euklides Elementa

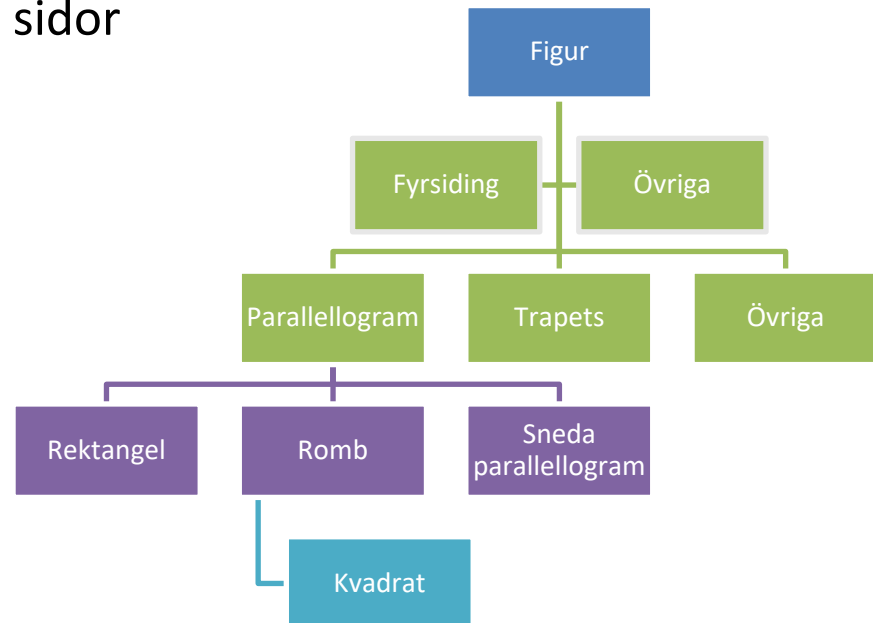
Följer Aristoteliska perspektivet på teori (θεωρία, betyder att titta på, åskåda)



Euklides Elementa

Exempel på en (rekursiv) definition (J. Thompson, s.156)

- Kvadrat är en liksidig **rektangel**
- **Rektangel** är en **parallelogram** med räta vinklar
- En **parallelogram** är en **fysiding** med motstående sidor parallella
- En **fysiding** är en **figur** med fyra sidor
- En figur?...



Matematik på medeltiden

Särskilda drag och faktorer:

- Ca 600 e.Kr.: decimala talsystem i Indien
- Ca 750-1050 e.Kr.: arabisk matematik
- Papperstillverkningen
- Översatte matematiska verk från Indien och Grekland
- Kulturella centra: Samarkand, Bagdad, Cordoba
- al-Khwarizmi (780 – 850): Algebras uppkomst
- Omar Khayyam (1048-1122): kubiska ekvationer och geometrisk algebra
- Första europeiska universiteten (ca 1100 e.Kr.): arabiska och grekiska källor översatts till latin
- Leonardo av Pisa: boken om räknekonsten, *Liber abaci* (1202)
- Gutenbergs boktryckarkonsten (1440)
- Renässansen, ekvationer i Italien (1500-talet)
- François Viète: symbolisk algebra



Siffror

- Ordet *siffra* (صفر, as-sifr): *ingenting, noll*
- Arabiska och indiska siffror:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
०	१	२	३	४	५	६	७	८	९

Siffrornas evolution enligt J.E. Montuclas
Histoire de la Mathématique (1753)

apices du moyen-âge

DATES	SOURCES	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
976	ESPAGNE. Bibl. San Lorenzo del Escorial. Codex <i>Vigilanus</i> . Ms. lat. d. 1.2, f° 9v.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
992	ESPAGNE. Bibl. San Lorenzo del Escorial. Codex <i>Aemilianensis</i> . Ms. lat. d. 1.1, f° 9v.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
Avant 1030	LIMOGES. BN, Paris. Ms. lat. 7 231, f° 85v.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
1077	Bibl. Vaticane. Ms. lat. 3 101, f° 53v.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
11 ^e s.	Bernelinus <i>Abacus</i> . Bibl. de l'École de Médecine de Montpellier. Ms. 491, f° 79.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
1049 ?	Erlangen. Ms. lat. 288, f° 4.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
11 ^e s.	Bibl. de l'École de Médecine de Montpellier. Ms. 491, f° 79.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
11 ^e s.	Gerbertus. <i>Rationes numerorum Abaci</i> . FLEURY. BN, Paris. Ms. lat. 8 663, f° 49v.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
11 ^e s. ?	Boecius (sic ?). <i>Géométrie</i> . LORRAINE. BN, Paris. Ms. lat. 7 377, f° 25v.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
11 ^e s.	Boecius (sic ?). <i>Géométrie</i> . British Museum. Ms. Harl. 3 595, f° 62.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
11 ^e s.	REGENSBURG (Allemagne). Bayerische Staatsbibl. Munich. Clm 12 567, f° 8.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
11 ^e s.	Boecius (sic ?). <i>Géométrie</i> . Chartres, Ms. 498, f° 160.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
Début 11 ^e s.	Bernelinus. <i>Abacus</i> . British Museum. Add. Ms. 17 808, f° 57.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
Fin 11 ^e s.	Bernelinus. <i>Abacus</i> . BN, Paris. Ms. lat. 7 193, f° 2.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
Fin 11 ^e s.	CHARTRES ? Table de calcul. Anonyme. BN, Paris. Ms. lat. 9 377, f° 113.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
Fin 11 ^e s.	Bernelinus. <i>Abacus</i> . BN, Paris. Ms. lat. 7 193, f° 2.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
11 ^e s.	Bibl. Alessandrina (Rome). Ms. n° 171, f° 1.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
11 ^e s.	Gerlandus. <i>De Abaco</i> . SAINT-VICTOR DE PARIS. BN, Paris. Ms. lat. 15 119, f° 1.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
11 ^e s.	Boecius (sic ?). <i>Géométrie</i> . BN, Paris. Ms. lat. 7 185, f° 70.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
11 ^e s.	CHARTRES ? Bernelinus. <i>Abacus</i> . Oxford. Ms. Auct. F.1.9, f° 67v.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
11 ^e s.	Gerlandus. <i>De Abaco</i> . Brit. Museum Add. Ms. 22 414, f° 5.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
11 ^e s.	Gerlandus. <i>De Abaco</i> . BN, Paris. Ms. lat. 95, f° 150.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	
Début 11 ^e s.	CHARTRES. Anonyme. BN, Paris. Ms. lat., Fds Saint-Victor, 533, f° 22v.	I	𐌹	𐌺	𐌻	𐌽	𐌾	𐌿	𐍂	𐍃	

Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (780-850)

- År 750 e.Kr. blev Bagdad ny huvudstad i det islamiska riket och man byggde ett 'nytt Museion', *Bayt-al-Hikma* (Visdomens Hus)
- Den förste bibliotekariet blev persisk matematiker al-Kwarizmi
- Han skrev flera matematiska böcker, bl.a. *Al-Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa-l-muqābala* (vetenskapen om återförening och opposition).
- *Algebra* = *al-jabr*
- Trigonometriska tabeller
- Ordet *Algoritm* kommer från *al-Khwarizmi*



- **Retorisk algebra:** enbart algoritmens beskrivning, inga symboler
- **Al-jabr:** hur man för över termer från en sida av ekvationen till den andra, samt **al-musqabalah**, att olika termer på motsatta sidor i ekvationen tar ut varandra.
- al-Khwarizmi gav lösning till olika ekvationer av första och andra grad, bl.a. $ax = b$, $ax^2 = bx$, $ax^2 = c$, även $ax^2 + bx = c$ (6 typer totalt).
- x^2 (kvadraten), x (roten, ting), a (enheten)

Exempel:

- al-jabr (föra över termer):

$$3x + 2 = x^2 + 4 \quad \Rightarrow \quad 3x = x^2 + 4 - 2$$

- al-musqabalah (förenkling)

$$3x = x^2 + 4 - 2 \quad \Rightarrow \quad 3x = x^2 + 2$$

Jamshīd al-Kāshī (1380-1429)

- Persisk matematiker, aritmetikens höjdpunkt
- Närmvärde för $2\pi = 6,2831853071795865$ (alla siffror är korrekta)
- *Miftah al-hisab* (Nyckeln till räknekonsten)
- Multiplikations med uppställning

تقسیم

	9	5	4	
2	2/7	0/9	1/2	3
9	0/9	0/3	0/4	1
3	3/6	1/2	1/6	4
	2	3	6	



Matematiken i Västeuropa under medeltiden

- Den 'mörka tiden': ca 470-1000 e.Kr.
- Kyrkan blev den institutionen som höll den grekisk-romerska kulturarvet levande
- På 1200-talet använde kardinal Bonaventura matematik för att bevisa Guds existens (ett motbevis)
- Första europeiska universiteten (ca 1100 e.Kr.): arabiska och grekiska källor översatts till latin
- Renässansen, boktryckarkonst (ca 1450), första tryckta upplagen av Elementa (1482)



Leonardo av Pisa (1170-1250)

- Även kallad Fibonacci (Bonaccios son)
- Son till en italiensk köpman gjorde vidsträckta resor kring Medelhavet
- *Liber abaci* (1202), boken om räknekonsten, även om ekvationer
- Den första användning av negativa tal i Europa
- Decimala talsystemet
- Arabiska-indiska siffror



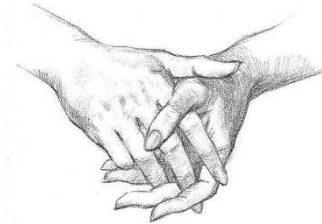
Fibonaccitalen

- Fibonaccitalen: $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $a_{k+2} = a_k + a_{k+1}$

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...

- Fibonaccital i naturen:

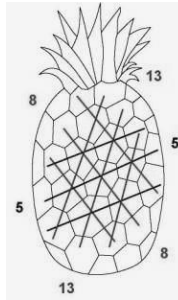
• 2



5



5,8,13



21,34,55



- <https://www.youtube.com/watch?v=ahXIMUkSXX0>

Tredjegradsekvationens lösning

- **Luca Pacioli** (1445-1517) i *Summa de Arithmetica* (1494) påstår att en tredjegradsekvation är olösbar
- **Scipione del Ferro** (1465-1526), matematikprofessorn i Bologna, år 1515 har Ferro funnit en algebraisk lösningsmetod och meddelade sedan under tysthetslöfte formeln till en elev, **Antonio Maria Fiore**
- Formel för lösningen av $x^3 + ax = b$, a, b positiva reella tal
- **Nicocolo Tartaglia** (1500-1557), 'den stammande', lärare i matematik.
- År 1535 arrangerades en två-timmars "duell" mellan Fiore och Tartaglia om vem som var den skickligaste lösaren av tredjegradsekvationer

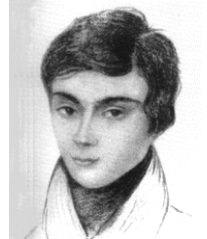


$$x = \sqrt[3]{\frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{b}{2} - \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^3}}$$



... allmänna algebraiska ekvationer

- **Leonard Euler** 1732 gav de fullständiga lösningarna till tredjegradsekvationen och visade att den s k Cardanos formel ger alla tre lösningarna genom att ge en helt ny definition av kubikrot ur komplexa tal
- **Friedrich Gauss** var först som bevisat att en allmän algebraisk ekvation har minst en komplex rot
- En norsk matematiker **Niels Henrik Abel (1802-1829)** visade att den allmänna *femtegradsekvationen inte* kunde lösas genom successiva rotutdragningar.
- En fransk matematiker **Évariste Galois (1811-1832)** bestämde de nödvändiga och tillräckliga villkoren för att en algebraisk ekvation skall kunna lösas med hjälp av rotutdragningar



Viktigaste etapper in kalkylens utveckling

- Areaberäkningar och volymsberäkningar (Arkimedes, Eudoxes)
- Decimala positionssystem (Al-Khwarizmi, Al-Kashi, Stevin)
- Trigonometri och logaritmer (Hipparchus, Pitiscus m.m., Napier)
- Astronomiska observationer och lagar (Brahe, Kepler)
- Reella talen som ett begrepp (Stevin, Viète, Napier)
- Matematiska skriftliga språket utvecklas och förfinas (Viète, Descartes)
- Koordinatsystem (Appolonius, Descartes)
- Areaberäkningar (kvadraturer) och volymsberäkningar för godtyckliga kurvor och kroppar (Kepler, Cavalieri, Torricelli, Fermat, Wallis)
- Likformigt accelererad rörelse (Galilei)
- Tangenter till kurvor och extrempblem (Fermat, Descartes, Barrow, Roberval)
- Newtons *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*
- Infinitesimalkalkyl av Newton och Leibniz
- Bernoulli bröderna och Euler

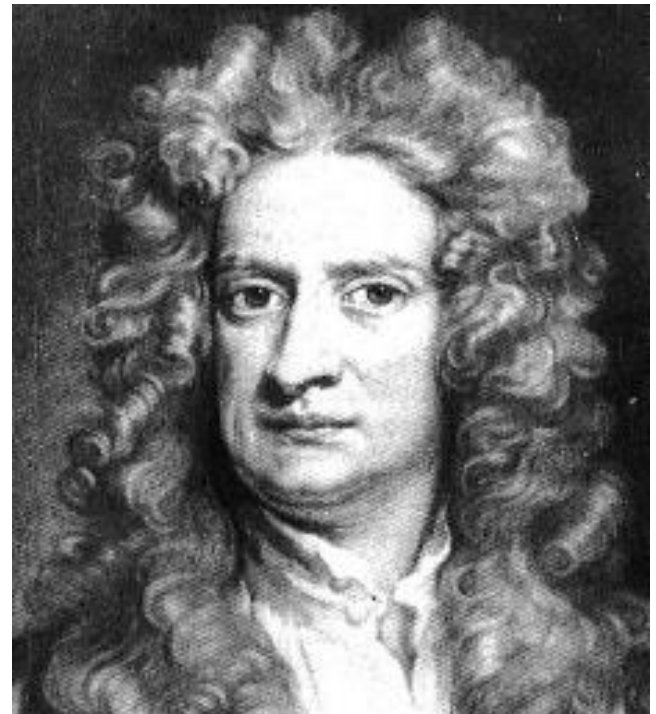
Isaac Newton (1642-1727)

Det mest produktiva perioden 1665-1666 när han vistades på landet (Woolsthorpe)

- Lärare: Isaac Barrow
- Halleys komet 1684

Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica
(1687)

- Oändliga serier
- Differentialkalkylen (fluxionsmetod)
- Gravitationslagen
- Binomialteoremet för $(1 - x)^a$

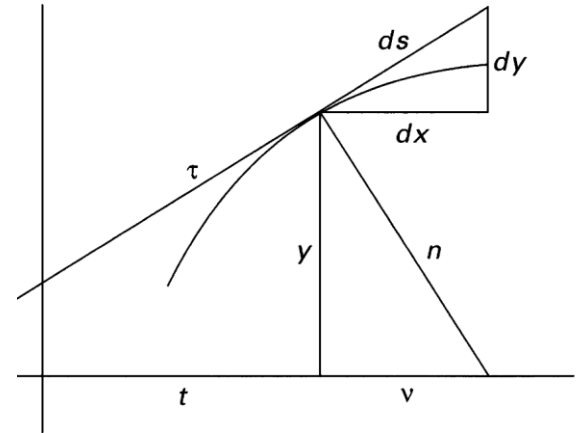


Gottfrid Wilhelm Leibniz (1646-1716)

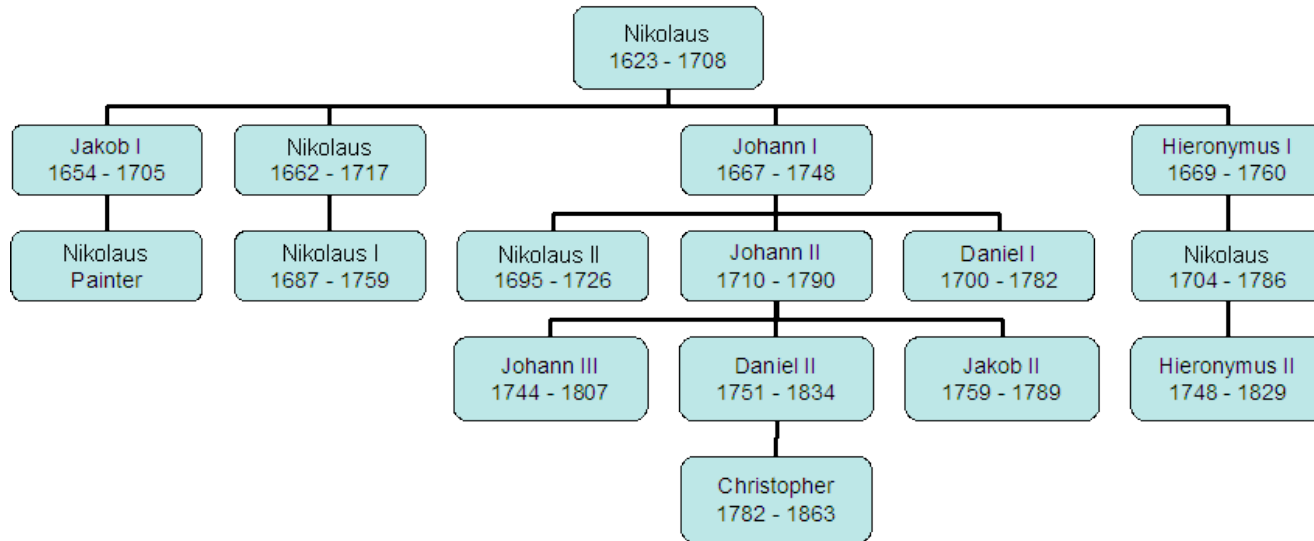
- Tysk matematiker, filosof
- Leibniz är den som använde de beteckningar i analys vi använder idag

$$dx, \quad dy, \quad ds, \quad \frac{dy}{dx}, \quad \frac{d^2y}{dx^2}, \quad \int ydx$$

- Karakteristiska triangel (sidor dx, dy, ds)
- År 1675: för första gången skrivet $\int ydx$.
- Partiell integration som vi skriver i dag
- Leibniz hade inte den *dynamiska syn* som Newton, som betraktade *fluenter* som varierade med tiden. Där Newton såg hastigheter och sträckor såg Leibniz *differenser* och *summor*.



Analys efter Newton och Leibniz

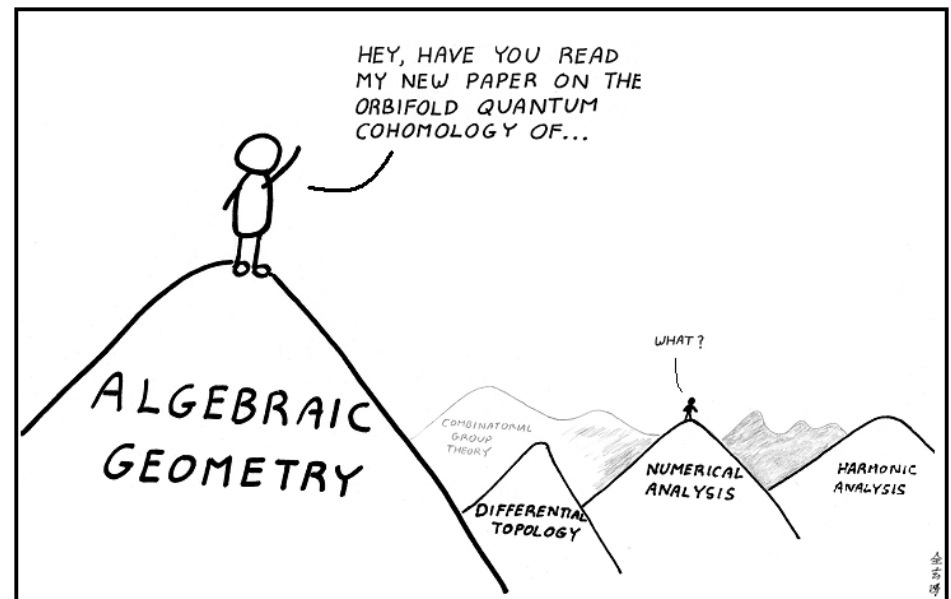


Bernoulli: Schweizisk familj som producerat flera framstående matematiker. Bl.a.

- **Jakob Bernoulli** (grundarna till matematisk analys, isoperimetriskt problem, sannolikhetslära, kombinatorik, Bernoullifördelning, Bernoullital)
- **Johann Bernoulli** (tillämpad matematik, en ekvation för kedjekurvan, partialbråksuppdelning)
- **Daniel Bernoulli** (svängande strängen med hjälp av trigonometriska serier, hydrodynamik, Bernoullis princip, sannolikhetslära)

Vad är modern matematik?

- Matematikens utveckling under 1900-talet:
nya särskilda drag
- Nya matematiska område:
 - Topology
 - Algebraisk geometri
 - Funktionalanalys
 - Kodningsteori
 - Kvantgrupper
 - Datavetenskap m.m.
- I början av 1900-talet har matematiker försökt att formalisera matematiken fullständigt (Hilbert). Men år 1931 Kurt Gödel vände upp och ner matematiska världsbilden genom att bevisa att varje formellt system antingen är otillräckligt eller leder till självmotsägelser.



The Landscape of Modern Mathematics

arXiv.org: matematikers Facebook

Mathematics - Windows Internet Explorer

http://arxiv.org/archive/math

arxiv.org mathematics

Favorite Mathematics

Cornell University Library

We gratefully acknowledge supporting institutions

arXiv.org > math

Search or Article-id [\(Help | Advanced search\)](#)

Mathematics (since Feb 1992)

For a **specific paper**, enter the identifier into the top right search box.

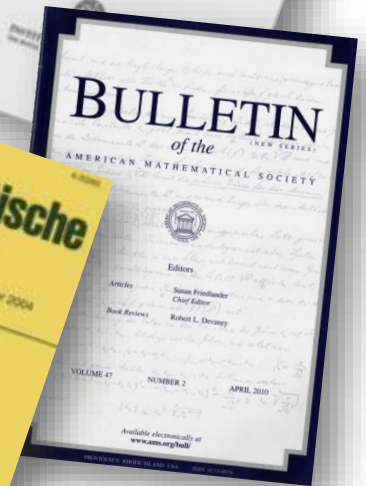
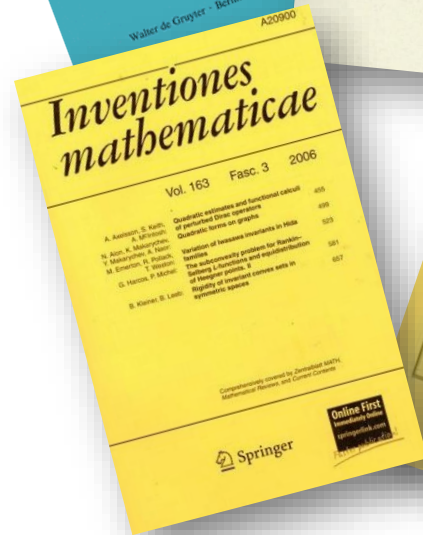
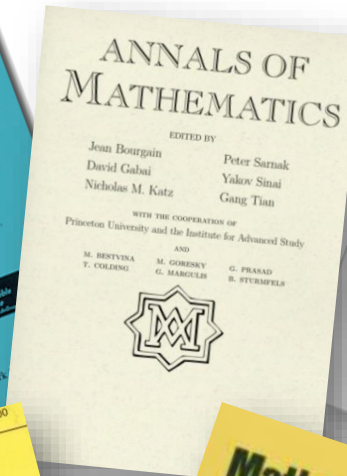
- **Browse:**
 - [new](#) (most recent mailing, with abstracts)
 - [recent](#) (last 5 mailings)
 - [current month's](#) math listings
 - specific year/month:
- **Catch-up:**
Changes since: , view results
- **Search** within the [math archive](#)
- Submission statistics:
[2011](#) [2010](#) [2009](#) [2008](#) [2007](#) [2006](#) [2005](#) [2004](#) [2003](#) [2002](#) [2001](#) [2000](#) [1999](#) [1998](#) [1997](#) [1996](#) [1995](#) [1994](#) [1993](#) [1992](#) [1991](#)
- [More information](#) about the math archive

Categories within Mathematics

- **math.AG - Algebraic Geometry** ([new](#), [recent](#), [current month](#))
Algebraic varieties, stacks, sheaves, schemes, moduli spaces, complex geometry, quantum cohomology
(subsumes *alg-geom*)
- **math.AT - Algebraic Topology** ([new](#), [recent](#), [current month](#))
Homotopy theory, homological algebra, algebraic treatments of manifolds
- **math.AP - Analysis of PDEs** ([new](#), [recent](#), [current month](#))
Existence and uniqueness, boundary conditions, linear and non-linear operators, stability, soliton theory, integrable PDE's, conservation laws, qualitative dynamics
- **math.CT - Category Theory** ([new](#), [recent](#), [current month](#))
Enriched categories, topoi, abelian categories, monoidal categories, homological algebra
- **math.CA - Classical Analysis and ODEs** ([new](#), [recent](#), [current month](#))
Special functions, orthogonal polynomials, harmonic analysis, ODE's, differential relations, calculus of variations, approximations, expansions, asymptotics

SV 22:37

Matematiska 'Dagens nyheter'



... idag: **1115 titlar!**