TEKNISKA HÖGSKOLAN I LINKÖPING
Matematiska Institutionen
Matematisk Statistik, Åke Hammarström

LIMAB5/LSMAC1 SANNOLIKHETSLÄRA OCH STATISTIK FÖR GYMNASIELÄRARE

TENTAMEN ONSDAGEN DEN 15 APRIL 2009, KL. 8.00-12.00.

Hjälpmedel: Räknare med tömda minnen är tillåtet hjälpmedel.

Jourhavande lärare: Åke Hammarström, telefon 17 30 01.

1. För två händelser A och B i ett utfallsrum gäller:
Sannolikheten för att båda inträffar $= P(A \cap B) = 0.25$.
Sannolikheten för att A men <u>inte B</u> inträffar $= P(A \cap B^c) = 0.20$.
Den betingade sannolikheten för att A inträffar givet att B har inträffat $= P(A|B) = 0.50$.
Bestäm:

a) $P(A)$ och $P(B)$.
(1p)

b) Sannolikheten för att minst en av A och B inträffar $= P(A \cup B)$.
(1p)

c) Den betingade sannolikheten för att A inträffar givet att <u>B inte</u> har inträffat $= P(A|B^c)$.

2. Kvadraten K i xy-planet definieras av $\{(x, y) : 0 \leq x \leq 1 ; 0 \leq y \leq 1\}$.
En punkt Q väljs helt slumpmässigt i K (likformig fördelning över ytan).
Låt A vara Q:s avstånd från origo.
Bestäm:

a) $P(0.5 < A < 1.0)$.
(1p)

b) $P(Q$:s y-koordinat är minst dubbelt så stor som dess x-koordinat$)$.
(1p)

c) $P(Q$:s y-koordinat är minst n ggr så stor som dess x-koordinat $(n \geq 1)$.
(1p)

3. Diametern hos kullagerkulor av ett visst fabrikat och föreskriven dimension kan anses vara normalfördelad. För att snabbt bestämma parametrarna i denna normalfördelning räknar man antalet kulor som kan passera genom cirkulära hål av olika storlek. Vid ett tillfälle finner man att hål med diametrarna 4.90 och 5.00 mm kan passeras av 33 respektive 91% av kulorna.
Bestäm diameterns väntevärde och standardavvikelse.

4. En person med hortikulturella intressen köper påsar med buskkrassefrön. På påsarna står "grobarhet 80%". Om fröna sås och utvecklas oberoende av varandra,

a) vad är sannolikheten för att av 16 sådda frön åtminstone 14 gror?

(1p)

b) hur många frön skall minst sås, om sannolikheten för att åtminstone 14 gror skall vara mer än 90%?

(1p)

c) vad är sannolikheten (approximativt) för att av 160 sådda frön åtminstone 140 gror?

(1p)

5. Inför EU-parlamentsvalet i ett stort land genomförs två undersökningar rörande valdeltagandet. Vid den första undersökningen, som görs 3 månader före valet, uppger 714 av 2100 tillfrågade personer att de tänker rösta vid valet. Vid den andra (endast 2 veckor före valet) är 744 av 2400 slumpvis utvalda beredda att rösta vid valet.

p_1= andelen röstningsbenägna vid tiden för första undersökningen.

p_2= andelen röstningsbenägna vid tiden för andra undersökningen.

Bilda ett symmetriskt 95% konfidensintervall för $p_1 - p_2$ och avgör om andelen röstningsbenägna har förändrats mellan de två galluparna.

6. Nedanstående ofullständiga tabell visar (från vänster till höger) konsumentprisindex KPI (basår = 1915), KPI (basår = 1980), en varas pris och samma varas pris i 1980 års prisnivå för åren 1980, 1985, 1990, 1995 och 2000. Gör tabellen fullständig, dvs bestäm:

a) KPI (basår = 1915) år 1980. (0.5p)

b) KPI (basår = 1980) år 1985. (0.5p)

c) KPI (basår = 1980) år 1995. (0.5p)

d) Varans pris år 1990. (0.5p)

e) Varans fasta pris i 1980 års prisnivå år 1995. (0.5p)

f) Varans fasta pris i 1980 års prisnivå år 2000. (0.5p)

Ange KPI (basår = 1980) (b och c) med en decimal och de övriga fyra (a, d, e och f) med heltal.

År	KPI (basår=1915)	KPI (basår=1980)	Varu-pris	Fast pris i 1980 års prisnivå
1980	a	100	85	85
1985	2246	b	140	91
1990	3036	207.8	d	92
1995	3723	c	230	e
2000	3809	260.7	261	f

FORMLER OCH TABELLER FÖR LIMAB5

TVÅ DISKRETA FÖRDELNINGAR

Binomialfördelning, Bin(n,p)

Sannolikhetsfunktion: $p(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ för $k = 0, 1, \ldots, n$

Väntevärde: np Standardavvikelse: $\sqrt{np(1-p)}$

Hypergeometrisk fördelning, Hyp(N,n,p)

Sannolikhetsfunktion: $p(k) = \frac{\binom{Np}{k}\binom{N-Np}{n-k}}{\binom{N}{n}}$ för $0 \leq k \leq Np$ och $0 \leq n-k \leq N - Np$

Väntevärde: np Standardavvikelse: $\sqrt{\frac{N-n}{N-1} np(1-p)}$

TVÅ KONTINUERLIGA FÖRDELNINGAR

Likformig (rektangulär) fördelning på intervallet (a,b), Re(a,b)

Täthetsfunktion: $f(x) = \frac{1}{b-a}$ för $a < x < b$

Väntevärde: $\frac{a+b}{2}$ Standardavvikelse: $\frac{b-a}{\sqrt{12}}$

Normalfördelning, $N(\mu, \sigma)$

Täthetsfunktion: $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, för alla x

Väntevärde: μ Standardavvikelse: σ

Om $X_1, \ldots, X_n$ är oberoende och $N(\mu, \sigma)$ så gäller att $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$.