LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Tillämpad matematik

Kurskod: TATA68
Provkod: TEN3

Tentamen i Matematisk grundkurs 2012-01-10 kl 8-13

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng[1] till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar m m finns att hämta på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Lös ekvationen $\sqrt{2-x} = \dfrac{x}{2} - 1$. (2 p)

   (b) Beräkna $\displaystyle\sum_{k=2}^{101} e^{3k}$. (1 p)

2. (a) Förenkla uttrycket $\dfrac{\ln\left(e^{2\ln 2}\cdot\left(\ln\frac{1}{e^2}\right)^2\right)}{\ln\left[e^{-\ln 2}+\ln\left(\left(\sqrt{e}\right)^3\right)\right]}$ så långt som möjligt. (1 p)

   (b) Vilka reella x löser ekvationen $\ln(2-x) = \ln(2+x) - \ln(1-2x)$? (2 p)

3. (a) Lös ekvationen $\tan\left(5x + \dfrac{\pi}{5}\right) = \tan 8x$. (1 p)

   (b) För vilka reella x är $e^{|x|} + e^x = 4$? (2 p)

4. Finn alla komplexa lösningar till ekvationen $z^4 + 8(1 + i\sqrt{3}) = 0$.
   Dessa ska förstås anges på så enkel form som möjligt.

5. Vilka reella v uppfyller sambandet $\sqrt{3}\cos 3v - \sin 3v = 1$?

6. Skriv om uttrycket $u = \arctan\left(-\sqrt{2}\right) - \arccos\left(-\dfrac{1}{3}\right)$ till ett uttryck innehållande högst en arcus-term.

7. (a) Visa att $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k} = 2^n$ för $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ (1 p)

   (b) Lös ekvationen $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\tan^{2k} x = (2n)^n$ för $n = 1, 2, 3, \ldots$ (2 p)

[1] Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Minst 6 poäng på dugga 2 ger 2 bonuspoäng, godkänd dugga 2 ger ytterligare 2 bonuspoäng, d v s godkänd dugga 2 ger totalt 4 bonuspoäng.